٨

الجُزءُ الأَوَّل

بسم الله الرحمن الرحيم



دولة فلسطين

وزارة التربية والتعليم العالي

الرياضيات

فريق التأليف:

أ. محمود كميل (منسقاً)
أ. ربى داوود
أ. فلاح الترك
أ. محاسن سحويل
أ. معز عباس



أ. قيس شبانة
د. نسرين دويكات

قررت وزارة التّربية والتّعليم العالي في دولة فلسطين
تدريس هذا الكتاب في مدارسها بدءاً من العام الدراسي ٢٠١٧/ ٢٠١٨ م

الإشراف العام

رئيس لجنة المناهج	د. صبري صيدم
نائب رئيس لجنة المناهج	د. بصري صالح
رئيس مركز المناهج	أ. ثروت زيد

الدائرة الفنية

الإشراف الإداري	أ. كمال فحماوي
التصميم الفني	أ. مازن حشيمة

التحكيم العلمي	د. نبيل الجندي
مراجعة	د. سعيد عساف
التحرير اللغوي	أ. رائد شريدة
المتابعة للمحافظات الجنوبية	د. سمية النخالة

الطبعة الخامسة
٢٠٢٦ م/ ١٤٤٨ هـ

جميع حقوق الطبع محفوظة ©

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي

مركز المناهج

حي الماصيون، شارع المعاهد
ص. ب 719 - رام الله - فلسطين
pcdc.edu.ps | pcdc.mohe@gmail.com

moehe.gov.ps | mohe.pna.ps | mohe.ps
.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym
هاتف +970-2-2983280 | فاكس +970-2-2983250

تـقـديـم

يتصف الإصلاح التربوي بأنه المدخل العقلاني العلمي النابع من ضرورات الحالة، المستند إلى واقعية النشأة، الأمر الذي انعكس على الرؤية الوطنية المطورة للنظام التّعليمي الفلسطيني في محاكاة الخصوصية الفلسطينية والاحتياجات الاجتماعية، والعمل على إرساء قيم تعزز مفهوم المواطنة والمشاركة في بناء دولة القانون، من خلال عقد اجتماعي قائم على الحقوق والواجبات، يتفاعل المواطن معها، ويعي تراكيبها وأدواتها، ويسهم في صياغة برنامج إصلاح يحقق الآمال، ويلامس الأماني، ويرنو لتحقيق الغايات والأهداف.

ولما كانت المناهج أداة التّربية في تطوير المشهد التربوي، بوصفها علماً له قواعده ومفاهيمه، فقد جاءت ضمن خطة متكاملة عالجت أركان العملية التّعليمية التعلمية بجميع جوانبها، بما يسهم في تجاوز تحديات النّوعية بكل اقتدار، والإعداد لجيل قادر على مواجهة متطلبات عصر المعرفة، دون التورط بإشكالية التشتت بين العولمة والبحث عن الأصالة والانتماء، والانتقال إلى المشاركة الفاعلة في عالم يكون العيش فيه أكثر إنسانية وعدالة، وينعم بالرفاهية في وطن نحمله ونعظمه.

ومن منطلق الحرص على تجاوز نمطية تلقّي المعرفة، وصولاً لما يجب أن يكون من إنتاجها، وباستحضار واعٍ لعديد المنطلقات التي تحكم رؤيتنا للطالب الذي نريد، وللبنية المعرفية والفكريّة المتوخّاة، جاء تطوير المناهج الفلسطينية وفق رؤية محكومة بإطار قوامه الوصول إلى مجتمع فلسطيني ممتلك للقيم، والعلم، والثقافة، والتكنولوجيا، وتلبية المتطلبات الكفيلة بجعل تحقيق هذه الرؤية حقيقة واقعة، وهو ما كان له ليكون لولا التناغم بين الأهداف والغايات والمنطلقات والمرجعيات، فقد تآلفت وتكاملت؛ ليكون النتاج تعبيراً عن توليفة تحقق المطلوب معرفياً وتربوياً وفكرياً.

ثمّة مرجعيات تؤطّر لهذا التطوير، بما يعزّز أخذ جزئية الكتب المقررّة من المنهاج دورها المأمول في التأسيس؛ لتوازن إبداعي خلّاق بين المطلوب معرفياً، وفكرياً، ووطنياً، وفي هذا الإطار جاءت المرجعيات التي تم الاستناد إليها، وفي طليعتها وثيقة الاستقلال والقانون الأساسي الفلسطيني، بالإضافة إلى وثيقة المنهاج الوطني الأول؛ لتوجّه الجهد، وتعكس ذاتها على مجمل المخرجات.

ومع إنجاز هذه المرحلة من الجهد، يغدو إزجاء الشكر للطواقم العاملة جميعها؛ من فرق التأليف والمراجعة، والتدقيق، والإشراف، والتصميم، وللجنة العليا أقل ما يمكن تقديمه، فقد تجاوزنا مرحلة الحديث عن التطوير، ونحن واثقون من تواصل هذه الحالة من العمل.

وزارة التّربية والتّعليم العالي

مركز المناهج الفلسطينية

آب / ٢٠١٧

مـقـدمـة

تُعدّ مرحلة التمكين مرحلة تعليمية مهمة؛ كونها تأتي محصلة للمهارات الحيّاتيّة والكفايات التي امتلكها الطلبة من مرحلة التهيئة، وهي مرحلة تبدأ من الصّف الخامس، وتنتهي بالصّف العاشر، يميل الطلبة خلال هذه المرحلة إلى الاستقلالية في التفكير، والبحث، والاستقصاء؛ لذا ما ينبغي مراعاته إشراكهم في المناقشة، وحل المشكلات المطروحة التي يتمّ من خلالها بناء شخصية الطالب القادر على مجاراة التطور العلمي والتكنولوجي الهائل، في عالم مليء بالتغيرات التي تتطلب منه اكتساب روح المبادرة، والتكيف مع مستجدات العصر المتسارعة، بما يضمن له استكشاف المعارف وتوظيفها، وفي هذه المرحلة أيضًا، يتمّ تقديم المحتوى التّعليمي بقالب عصري؛ ليكونَ امتدادًا للمحتوى الرياضي الذي تمّ في مرحلة التأسيس، ويستمر المنهاج المبني على الأنشطة أصلا في ربط التعلم بالسياقات الحيّاتية بطريقة جاذبة محببة؛ لتكوين طالب متفاعل نشط ينفّذ الأنشطة والتمارين المتنوّعة المطلوبة منه.

تشكّل العملية التّعليمية التعلمية في هذه المرحلة الركيزة الأساسية في تمكين الطالب من الكفايات العامة للممارسة الرّياضية والكفايات الفرعية المرتبطة بها، وما تشمله من المفاهيم والمعارف والمهارات، وتوظيفها ضمن سياقات مناسبة، تقوم على التفكير لنقدي وحل المشكلات الحيّاتية بطرق إبداعية، ولا يكون ذلك إلا بالقيام بأنشطة محفّزة، ومثيرة للتفكير، تحاكي البيئة الفلسطينية في المجالات الاجتماعية، والاقتصادية، وغيرها، كما تمّ توظيف التكنولوجيا في تنفيذ هذه الأنشطة بطريقة سلسة جذابة، مع الأخذ بعين الاعتبار التدرج في مستوى الأنشطة، بما يتناسب ومستوياتِ الطلبة، والتعامل مع كل مستوى بما بضمن علاج الضعف، وصولاً لتنمية مهارات التفكير العليا لديهم.

تكون هذا الكتاب من أربع وحدات اهتمت بتوظيف الرياضيات في سياقات متعددة، وقد تضمنت هذه الوحدات على الترتيب الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية، و الجبر، والهندسة، والإحصاء. وقد اشتملت الوحدة الأولى مفهوم العدد النسبي والعدد غير النسبي والعمليات عليهما وكذلك أبرز خصائص العمليات عليها . فيما تناولت الوحدة الثانية تحليل المقادير الجبرية والعمليات عليها، أما الوحدة الثالثة فعرضت نظرية فيثاغورس ومفهومي التّطابق والتّشابه وبعض تطبيقاتهما، وناقشت الوحدة الرابعة تنظيم البيانات في جداول تكرارية ذي فئات وتمثيلها بيانيا وحساب مقاييس النزعة المركزية لها.

أملُنا بهذا العمل، وقد حققنا مطالب العملية التّعليمية التعلمية كافة، من خلال منهاج فلسطينيّ واقعيّ منظّم، وإننا إذ نضع بين أيديكم ثمرة جهد متواصل، وكلنا ثقة بكم معلمين ومشرفين تربويين ومديري مدارس، وأولياء أمور، وخبراء ذوي علاقة في رفد هذا الكتاب بمقترحاتكم، وتغذيتكم الراجعة، بما يعمل على تجويده وتحسينه؛ لما فيه مصلحة الطلبة قادة المستقبل.

فريق التأليف

المحتويات

الوحـدة الأولـى

الأعداد النسبية وغير النسبية	٢
١-١ العدد النسبي	٤
١-٢ الجذر التربيعي والجذر التكعيبي لعدد نسبي	٩
١-٣ مقارنة الأعداد النسبية	١٢
١-٤ جمع الأعداد النسبية وطرحها	١٥
١-٥ ضرب الأعداد النسبية وقسمتها	٢٠
١-٦ العدد غير النسبي	٢٦
١-٧ العمليات على الأعداد غير النسبية	٣١
١-٨ الاختبار الذاتي	٣٥

الوحـدة الثانيـة

الجبر	٣٨
٢-١ تحليل المقادير الجبرية بإخراج العامل المشترك	٤٠
٢-٢ تحليل العبارة التربيعية	٤٣
٢-٣ تحليل الفرق بين مربعين	٤٩
٢-٤ تحليل الفرق بين مكعّبين	٥٢
٢-٥ تحليل مجموع مكعّبين	٥٥
٢-٦ الاختبار الذاتي	٥٨

الوحـدة الثالثـة

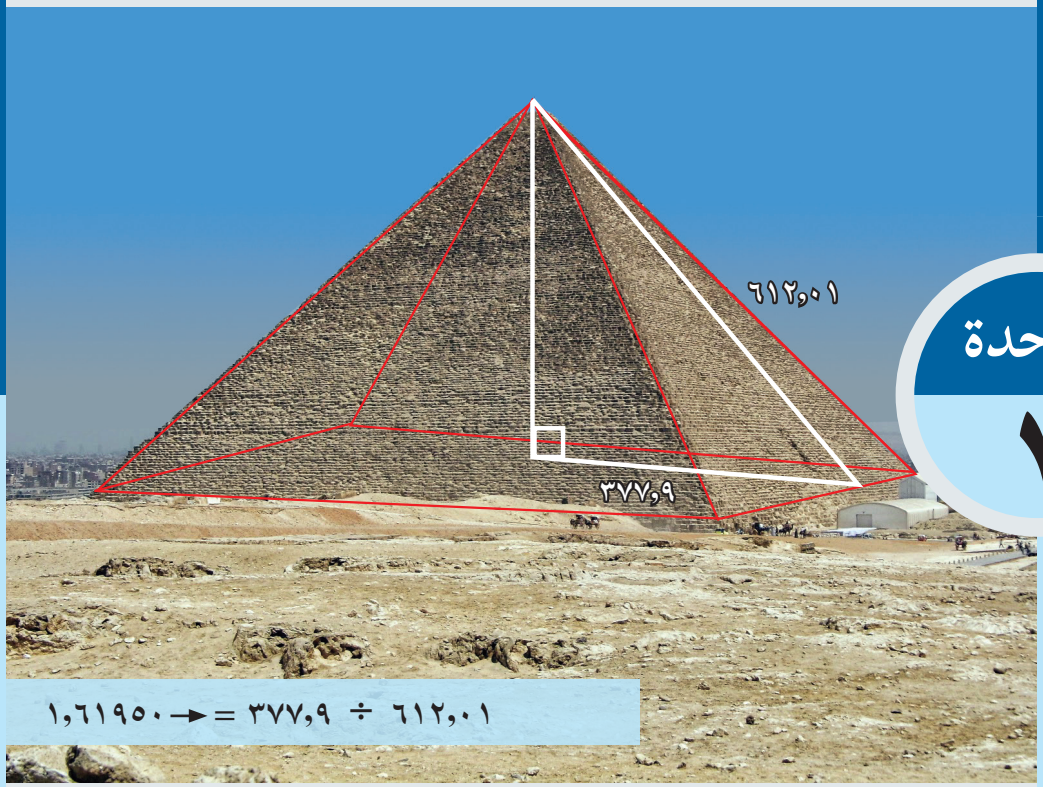
الهندسة	٦٢
٣-١ نظرية فيثاغورس	٦٤
٣-٢ عكس نظرية فيثاغورس	٦٩
٣-٣ تطابق المثلثات (١)	٧٣
٣-٤ تطابق المثلثات (٢)	٧٨
٣-٥ تشابه المثلثات	٨٢
٣-٦ الاختبار الذاتي	٨٧

الوحـدة الرابعـة

الإحصاء	٩١
٤-١ الجداول التكرارية	٩٣
٤-٢ التمثيل البياني للجداول التكرارية ذات الفئات	٩٦
٤-٣ مقاييس النزعة المركزية للجداول التكرارية	١٠٢
٤-٤ الاختبار الذاتي	١٠٨

الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة

الوحدة ١



النِّسبة المشار إليها في الصّورة أعلاه تقترب من نسبة مشهورة، أبحث عن بعض مدلولات هذه النِّسبة في جسم الإنسان وجوانب أخرى في الحيّاة.

الأبعاد بالقدم (القدم = ٣٠٫٤٨سم)

الكفايات المستهدفة في هذه الوحدة هي:

١- التفكير الكمي والتجريدي.

٢- فهم المسألة والمثابرة في حلها.

٣- النّمذجة الرّياضية.

٤- بناء الحجج ونقدها.

٥- الدّقّة الرّياضية.

يتوقع من الطلبة بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف العمليّات الحسابية في الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة وخصائصهما في الحيّاة العمليّة من خلال الآتي:

١- التعرُّفُ إلى مفهومي العدد النسبيّ والعدد غير النسبيّ.

٢- التّمييز بين العدد النسبيّ والعدد غير النسبيّ.

٣- كتابة العدد النسبيّ بصور مختلفة.

٤- إيجاد قيمة بعض الجذور لمربّعات كاملة، ومكعّبات كاملة.

٥- إيجاد قيم تقريبيّة لبعض الجذور التّربيعيّة والتكعيبيّة.

٦- إيجاد ناتج العمليّات الأربع في الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة.

٧- تعرُّف خصائص العمليّات في الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة.

٨- حلّ مشكلات تتضمّن سياقات حياتيّة على الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة.

١-١ العدد النسبيّ:



نشاط ١:

-تعلو قبّة الصّخرة مجسماً ثُمانياً يبلغ طول ضِلْعه ٢٠,٦م، وارتفاعه ٩,٥م، فيما يضمّ الجزء العُلويّ من كلّ جدار خمسة شبابيك.

-العدد ٥ ينتمي لمجموعة الأعداد الطبيعيّة، ورمزها .... .

وكذلك العدد ٥ ينتمي لمجموعة الأعداد الصحيحة، ورمزها .... .

فما المجموعةُ الّتي ينتمي لها العددان ٢٠,٦، ٩,٥، وكيف تميِّز هذه المجموعة؟

نشاط ٢:

يبين الجدول الآتي كميات الأمطار الّتي هطلت عام ٢٠١٦م في بعض مناطق فلسطين، حتى أواخر شهر كانون الأول:

المنطقة	نابلس	القدس	البحر الميت	صفد	يافا
كميات الأمطار(ملم)	٢٤٠	١٣٣	٤	٢٥٤	١٥٠

أُكْمِلُ الآتي:

-نسبة كميّة ما هطل في منطقة نابلس إلى كميّة ما هطل في منطقة البحر الميت = $\frac{٢٤٠}{٤}$ = ...

-نسبة كميّة ما هطل في منطقة نابلس إلى كميّة ما هطل في منطقة يافا = $\frac{\cdots}{\cdots}$ = ...

-ماذا تُسمى الصيغة الّتي تُكْتَبُ بها مثلُ هذه النِّسَب؟

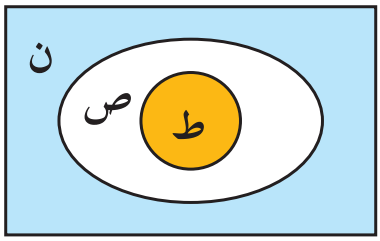
-يرى أحد الطلبة أنّ كميّة الأمطار في نابلس تعادل ٦٠ ضعف كميّة الأمطار في منطقة البحر الميت. ناقش صحّة هذه الفكرة مستخدماً (النسب)، وهل تتفق مع استنتاجه؟ ولماذا؟

-بناءً على النسب التي استخرجتها، إذا أرادت وزارة الزراعة توجيه مزارعي المحاصيل التي تحتاج ريّاً غزيراً، أيّ المناطق تنصحها باختيارها بناءً على البيانات؟

برّر اختيارك باستخدام مفهوم العدد النسبي.

تعريف: يسمى أيُّ عدد يمكن كتابته بالصّورة $\frac{أ}{ب}$ عدداً نسبياً، أ، ب ∈ ص، ب ≠ ٠، ويُرْمَزُ لمجموعة الأعداد النسبية بالرّمز **ن**.

يمكن تمثيل العلاقة بين مجموعات الأعداد **ط**، **ص**، **ن**، كما في الشّكل المجاور.



نشاط٣:

أتأمَّلُ الآتي، ثُمَّ أُكْمِل:

العدد ٢,٤ يُكْتَبُ $\frac{٢٤}{١٠}$ ، فهو عدد نسبيّ.

والعدد - $\sqrt{٩}$ = -٣، وَيُكْتَبُ $\frac{-٣}{١}$ ، فهو عدد نسبيّ.

والعدد $٣\frac{١}{٢}$ يُكْتَبُ ....، فهو عدد نسبيّ.

والعدد ٢,٣٥ يُكْتَبُ ....، فهو ..... .

نشاط٤:

أُكْمِلُ؛ لأَتحقَّق من أنّ كلّاً من الآتي: $٠,\overline{٣}$ ، $٠,\overline{٥٢}$ أعداد نسبيّة.

أَفْرِضُ أنّ س = $٠,\overline{٣}$ ، وبضرب الطّرفين بالعدد ١٠ يَنْتُج:

١٠س = $٣,\overline{٣}$ ، وبطرح المعادلتَيْنِ، يَنْتُج أنّ

٩س = ٣ ، لماذا؟

ومنها س = ...

أيّ أنّ $٠,\overline{٣}$ = $\frac{١}{٣}$ ، وهو عدد ... .

وبالْمِثْل، أَفْرِضُ أنّ س = $٠,\overline{٥٢}$ ، وبضرب الطّرفين بالعدد ١٠٠ يَنْتُج:

١٠٠س = $٥٢,\overline{٥٢}$ ، وبطرح المعادلتين يَنْتُج

١٠٠س - س = $٥٢,\overline{٥٢} - ٠,\overline{٥٢}$ ، ومنها:

٩٩س = ٥٢ ، ومنها س = ...

أيّ أنّ $٠,\overline{٥٢}$ =...، وهو عدد ... .

أَتَعَلَّم: أيّ عدد عشري دوريّ هو عدد نسبيّ.

يمكن تحويل العدد النسبيّ المكتوب بالصّورة $\frac{أ}{ب}$ إلى الصّورة العَشريّة بطرق مختلفة، منها:

١- ضرب البسط والمقام في عدد يجعل مقام الكسر العادي ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ... .

نشاط ٥:

أُكْمِلُ تحويل كلّ من الآتي: $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{٩}{٤٠}$ إلى كسر عشريّ:

$$\frac{١}{٥} = \frac{١ \times ...}{٥ \times ...} = \frac{...}{١٠} = ٠,٢$$

$$\frac{-٣}{٤} = \frac{-٣ \times ...}{٤ \times ...} = \frac{...}{١٠٠} = -٠,٧٥$$

$$\frac{٩}{٤٠} = \frac{٩ \times ٢٥}{٤٠ \times ٢٥} = \frac{...}{...} = ٠,٢٢٥$$

٢- قسمة البسط على المقام:

مثال:

أَكْتُبُ الكسر $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٣}$ على صورة كسر عشريّ. ماذا تُلاحِظ؟

$\frac{٣}{٨}$ ⇐

$$\begin{array}{r|l} & ٠,٣٧٥ \\ ٨ & ٣٠٠ \\ - & ٢٤ \\ \hline & ٦٠ \\ - & ٥٦ \\ \hline & ٤٠ \\ - & ٤٠ \\ \hline & ٠٠ \end{array}$$

أيّ أنَّ $\frac{٣}{٨} = ٠,٣٧٥$ ، وهو كسر عشري منتهٍ.

$$\frac{١}{٣} \Leftarrow$$

٠,٣٣٣
٣) ١٠
٩ −
١٠
٩ −
١٠
٩ −
١

الباقي (١) يتكرر

القسمة غير منتهية لذلك نسميه دوري

أيّ أنّ $\frac{١}{٣}$ = ٠,$\overline{٣}$ ، وهو كسر عشريّ دوريّ.



نشاط٦:

أَكْتُبُ عدداً نسبيّاً يقع بين العددين $\frac{١}{٨}$ ، ٠,٢٥

أحول الكسر $\frac{١}{٨}$ إلى كسر عشري

$$\frac{١}{٨} = \frac{١\times ...}{٨\times ١٢٥}$$

= .... = ٠,١٢٥

الجواب هو أيّ عدد نسبي يقع بين العدد ٠,١٢٥ و العدد ٠,٢٥

مثلاً: العدد ٠,٢١ يقع بين العددين $\frac{١}{٨}$ ، ٠,٢٥

العدد ـــــ يقع بين العددين $\frac{١}{٨}$ ، ٠,٢٥

العدد ـــــ يقع بين العددين $\frac{١}{٨}$ ، ٠,٢٥

العدد ٠,١٥ يقع بين العددين $\frac{١}{٨}$ ، ٠,٢٥ (أقترحُ طريقة أخرى للحلّ).

تَمارينُ وَمَسائِل:



١) أُكْمِلُ الجدول الآتي، بوضع إشارة (✓) إزاء المجموعة الّتي ينتمي إليها العدد:

المجموعة \ العدد	$\sqrt{١٢١}$	-٥	٠,٦	$\frac{-٢}{٥}$	٠,٠٠٠٣٣٣	$٠,\overline{٢٣}$	$١\frac{٣}{٤}$
ط	✓						
ص	✓						
ن	✓						

٢) أُبَيِّنُ أنّ كلّاً من الأعداد الآتية عدد نسبيّ:

٠,٢٥ ، ١,٥ ، $\sqrt[٣]{٢٧}$

٣) أَتحقَّقُ من الآتي:

أ) $٠,\overline{٩} = ١$

ب) $٠,\overline{٥٤} = \frac{٥٤}{٩٩}$

٤) لعب راشد ١١ مباراةً في إحدى الألعاب الرّياضية، ففاز في ثلاثٍ منها. أُعَبِّرُ عن نسبة فوزه كعدد عشريّ دوريّ.

٥) أَكْتُبُ عدداً نسبيّاً يقع بين العددين المحددين فيما يأتي:

أ) ٠,١٤ ، ٠,١٥

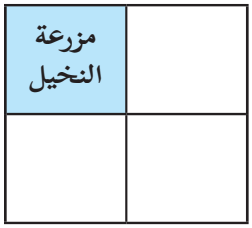
ب) $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٣}$

٦) مع خليل مئة دينار، تصدّق بعشرين ديناراً للجنة الزّكاة في الحيّ، اكتب العدد النسبي الدال على ما تصدّق به خليل إلى ما بقي معه.

٢-١ الجذر التَّربيعيّ والجذر التكعيبيّ لعدد نسبيّ

نشاط ١:

يخطط أبو محمد للاستثمار في الزراعة في منطقة الأغوار الفلسطينية، علما بأنّه يمتلك قطعة أرض مربعة الشّكل مساحتها الكلية ١٠٠ متر مربع، قرّر تخصيص منطقة مربعة داخلها لزراعة النخيل مساحتها تعادل $\frac{١}{٤}$ المساحة الكلية للأرض.



١- ما مساحة الأرض المخصصة للنخيل؟

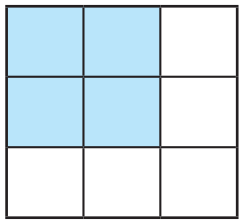
٢- ما طول ضلع المربع المخصص للنخيل؟

٣- ما نسبة طول ضلع القطعة الصغيرة إلى طول ضلع القطعة الكلية؟

٤- كيف يمكننا التعبير عن النسبة بين طولي الضلعين؟ هل يمكن إيجاد هذه النسبة بطريقة أخرى؟

نشاط ٢:

أَجِدُ قيمة $\sqrt{\frac{٤}{٩}}$.



أَرْسُمُ مربّعاً، طول ضلعه وِحْدَةٌ واحدة وأُقسمه إلى ٩ أجزاء متساوية، وَأُظَلِّلُ $\frac{٤}{٩}$ مِساحتِهِ، كما في الشّكل المجاور. أُلاحِظُ أنَّ مِساحة المنطقة المظلّلة يُمثلها الكسرُ $\frac{٤}{٩}$ ومنها طول ضلعها $= \frac{٢}{٣}$ وحدة طول؛

أيّ أنّ $\sqrt{\frac{٤}{٩}} = \frac{٢}{٣}$ ، أبرر إجابتي؟

أتعلم: إذا أمكن كتابة العدد النسبي جـ كحاصل ضرب عددين نسبيين موجبين متساويين فإن العدد $\sqrt{جـ}$ عدد نسبي موجب، ويمكن إيجاد قيمة $\sqrt{جـ}$ وفقاً للقاعدة:

$$\sqrt{جـ} = \sqrt{\frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب}} = \sqrt{\frac{أ^٢}{ب^٢}} = \frac{\sqrt{أ^٢}}{\sqrt{ب^٢}} = \frac{أ}{ب} \text{ ، بشرط } ب \neq ٠$$

نشاط ٣:

أُكْمِلُ لأجد قيمة كل من الآتي: ١) $\sqrt{\frac{١}{٩}}$ ٢) $\sqrt{٠,٠١}$ ٣) $\sqrt{٧\frac{١}{٩}}$

١) $\sqrt{\frac{١}{٩}} = \frac{\sqrt{١}}{\sqrt{٩}} = \frac{...}{...}$

٢) $\sqrt{٠,٠١} = \sqrt{\frac{١}{١٠٠}}$

٣) $\sqrt{٧\frac{١}{٩}} = \sqrt{\frac{٦٤}{٩}}$

$= ...$

$= ...$ (لماذا ؟)

تعلمُ أنَّ العددين ٨، ٢٧، مكعّباتٌ كاملة، وأنَّ $\sqrt[٣]{٨} = ٢$ ، $\sqrt[٣]{٢٧} = ٣$، فهلْ يمكن إيجاد الجذر التكعيبيّ لأيّ عددٍ نسبيّ؟

تعريف: إذا كان جـ $= \frac{أ^٣}{ب^٣}$، ب $\neq ٠$، فإنّ $\sqrt[٣]{جـ}$ عددٌ نسبيّ، $\sqrt[٣]{جـ} = \sqrt[٣]{\frac{أ^٣}{ب^٣}} = \frac{\sqrt[٣]{أ^٣}}{\sqrt[٣]{ب^٣}} = \frac{أ}{ب}$

نشاط ٤:

أُكْمِلُ إيجاد قيمةِ كلٍّ من الآتي: $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}}$ ، $\sqrt[٣]{-٠,٠٠١}$

$\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}} = \frac{\sqrt[٣]{٣^٣}}{\sqrt[٣]{٢^٣}}$

$= ...$

$\sqrt[٣]{-٠,٠٠١} = \sqrt[٣]{\frac{-١}{١٠٠٠}}$

$= ...$



تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ قيمةَ كلٍّ من الآتي:

$\sqrt{\frac{٣٦}{٢٥}}$ ، $\sqrt{٥\frac{٤}{٩}}$ ، $\sqrt{٠,٦٤}$

٢) أَجِدُ قيمة كلٍّ من الآتي:

$\sqrt[٣]{١٥\times١٥\times١٥}$ ، $\sqrt[٣]{\frac{٨}{١٢٥}}$ ، $\sqrt[٣]{-٠,٠٠٨}$ ، $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}}$

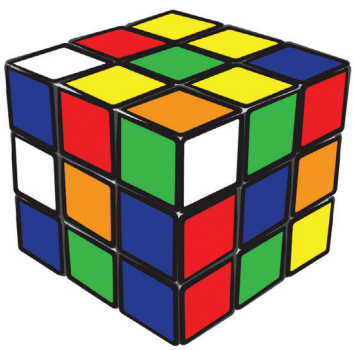
٣) أُكْمِلُ الأنماط الآتية:

أ) $\frac{١}{\sqrt{٩}}$ ، $\frac{١}{\sqrt{١٦}}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٢٥}}$ ، ـــــ ، ـــــ ، ـــــ .

ب) $\sqrt[٣]{-٨}$ ، $\sqrt[٣]{-٢٧}$ ، $\sqrt[٣]{-٦٤}$ ، ـــــ ، ـــــ ، ـــــ .

جـ) صفر، $(\sqrt[٣]{-٨} - \sqrt{٤})$، $(\sqrt[٣]{-٢٧} - \sqrt{٩})$ ، ـــــ ، ـــــ ، ـــــ .

٤) صُمِّمَ مكعّبَ (روبك*)، بحيث يكون حجمه $\frac{٧٢٩}{٨}$ سم^٣، فما طول ضِلْعِ هذا المكعّب؟



* هو مكعّب ثلاثي الأبعاد يتكون من ستة أوجه وعلى كل وجه تسع ملصقات ملونة بستة ألوان. ويوفر نشاط ذهني يهدف الى إعادة ترتيب الألوان بحيث يظهر لون واحد فقط على كل وجه من أوجه المكعّب.

١-٣ مقارنة الأعداد النسبيّة



نشاط ١:

من الحقوق الأساسية للأفراد عدم حرمانهم من جنسيتهم، يعيش حوالَي ٤٤٪ من الفِلَسْطينيّينَ لاجئينَ في الدول العربيّة، وفي الوقت ذاته، فإنّ من بين كلِّ ٢١ مقيماً في دولة فِلَسْطين ٩ لاجئينَ فِلَسْطينيّينَ.
أُوَضِّحُ أيُّهما أكثر، نسبةُ اللّاجئينَ الفِلَسْطينيّينَ في دولة فِلَسْطين، أم نسبتهم في الدول العربية؟

نسبة اللّاجئينَ الفِلَسْطينيّين في الدُّوَلِ العربية = ٤٤٪ = $\frac{٤٤}{١٠٠}$ = ٠,٤٤

نسبة اللّاجئينَ الفِلَسْطينيّين داخلَ فِلَسْطين تَقريباً = $\frac{\cdots}{\cdots}$ = ٠,٤٢٨

وبما أنّ ... < ... ، فإنّ نسبةَ اللّاجئينَ الفِلَسْطينيّين في الدُّوَلِ العربيّةِ أكثرَ من ... .

نشاط ٢:

أُكْمِلُ مقارنةَ كلِّ زوجٍ من الأعدادِ الآتيةِ، وَأُفَسِّرُ إجابَتي:

أ) $-\frac{٥}{٧}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ب) $-\frac{٥}{٨}$ ، $-\frac{٣}{٤}$ جـ) ٢,٥٤ ، ٢,٤٥

أ) $-\frac{٥}{٧} < \frac{٣}{٤}$ ؛ لأنّ ..... .

ب) $-\frac{٣}{٤} = \frac{-٣\times\cdots}{٤\times\cdots} = \frac{\cdots}{\cdots}$

ومنها $-\frac{٥}{٨}$ □ $-\frac{٣}{٤}$

جـ) ٢,٥٤ □ ٢,٤٥ ؛ لأن ..... .

أُناقِشُ طُرُقاً أُخْرى لإجراءِ عمليّةِ المقارنة بين عددَيْنِ نسبيّين.

نشاط٣:

تدخل أخشاب شجر الزّيتون والحمضيات في تصنيع التحف والهدايا، أعلنَ محلّانِ تجاريّانِ عن عرضيْنِ تشجيعيَّيْنِ لزبائنِهما في صنفٍ معيّن، يَمنحُ المحلُّ الأوّلُ بموجِبِه خَصماً للزّبون بِنسبةِ $\frac{٢}{٣٥}$ ، فيما يمنح المحلّ الثّاني خَصماً بنسبةِ $\frac{٣}{٥٠}$. لو كنت تريد شراء هدية لصديقك، من أيّ المحلين تشتري، برر إجابتك؟

حَسَبَ العرض الأوّل:

نسبة الخصم $= \frac{٢}{٣٥}$

$= \frac{...\times٢}{١٠\times٣٥}$

$= \frac{...}{٣٥٠}$

حَسَبَ العرض الثاني:

نسبة الخصم $= \frac{٣}{٥٠}$

$= \frac{...\times٣}{٧\times٥٠}$

$= \frac{...}{٣٥٠}$

لذلك أَنْصَحُ الزّبائنَ بِالعرضِ ..... .

نشاط٤:

أُرَتِّبُ الأعدادَ الآتيةَ تصاعديّاً: ١,٧٥ ، $-٣\frac{٢٧}{٨}$ ، $١\frac{٥}{٤}$

$١\frac{٥}{٤} = \frac{٩}{٤}$

$= ....$

$= ١,٥$

ومنها يصبح التّرتيبُ التصاعديُّ لهذه الأعداد : $-٣\frac{٢٧}{٨}$ ، .... ، .....

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَضَعُ الإشارةَ المناسبةَ (< أو > أو =) في □ فيما يأتي، وَأُوَضِّحُ السَّبَبَ:

أ) $\sqrt[3]{\frac{9}{64}}$ □ $\frac{3}{2}$

ب) $\frac{3}{8}$ □ $\frac{4}{11}$

جـ) $\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$ □ ٠,٢٤

د) $0,\overline{4}$ □ $\frac{4}{9}$

هـ) $1\sqrt{\frac{9}{16}}$ □ ١,٧٧

٢) سجلت إحدى المحطات العلمية درجات الحرارة لخمس مواد كيميائية مختلفة أثناء تجربة مخبرية (بالدرجة السيلسيوسية) فكانت كالآتي: (-١,٧٥ ، $\frac{3}{2}$ ، - $\frac{1}{2}$ ٢ ، صفر، ١)

١- مثّل درجات الحرارة هذه على خط الأعداد، وكيف يساعدك هذا التمثيل البصري في فهم «برودة» المواد مقارنة بنقطة التجمد (الصّفر)؟

٢- يرى أحد الطلبة أنّ المادة التي درجتها (- $\frac{1}{2}$ ٢) هي «أدفأ» من المادة التي درجتها (-١,٧٥) لأنّ العدد $\frac{1}{2}$ ٢ أكبر من العدد ١,٧٥.

ناقش صحة هذا الادعاء مستخدماً مفهوم الأعداد النسبية السالبة، وبّرر إجابتك رياضياً؟

٣- إذا علمت أنّ التجربة الكيميائية لا تنجح إلا إذا كانت درجة حرارة المادة أكبر من -٢، أيّ المواد السابقة يمكنك استخدامها في التجربة؟ رتبها ترتيباً تنازلياً (من الأكثر دفئاً إلى الأقل)؛ لاتخاذ قرار البدء بالعمل.

٣) أَكْتُبُ عدداً نسبياً، محصوراً بين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$

٤) يريدُ شريفٌ تغطيةَ الوجهِ العُلويِّ لخزّانٍ مكعّبِ الشّكل، حجمُهُ $\frac{27}{8}$ م^3 ، باستخدامِ صفيحةٍ رقيقةٍ مربّعةِ الشَّكْل، مِساحةُ سطحِها $\frac{36}{25}$ م^2، فَهَلْ سيتمكّنُ شريفٌ من ذلِك؟ أفسّر إجابَتي.

٤-١ جمعُ الأعداد النسبيّة وطرحُها

نشاط ١:



يبلغُ ارتفاعُ جبلِ الجُرْمُقِ في الجليلِ الأعلى ١,٢٠٨ كيلو متر، بينما يبلغُ ارتفاعُ جبل كنعانَ قربَ صَفَدَ ٠,٩٣٦ كيلو متر، فكم يزيدُ ارتفاعُ جبلِ الجُرْمُقِ عن ارتفاعِ جبلِ كنعان.

الزيادة في ارتفاع جبل الجُرْمُق عن جبل كنعان = ١,٢٠٨ - ٠,٩٣٦= .... كيلو متر، كيف يمكن إيجاد هذا الفرق بطريقة أخرى؟

نشاط ٢:

تريدُ لمى قراءة قصةٍ خلالَ ثلاثةِ أيام، فقررّتْ قراءةَ ثُلُثِ القِصةِ في اليومِ الأوّل، وقراءةَ خُمُسَي القِصةِ في اليوم الثّاني، فما الكسّر الدال على ما ستقرؤهُ لمى خلالَ أوّلِ يومَيْن؟

الكسّر الدال على ما ستقرؤهُ لمى خلالَ أوّلِ يومَيْن = $\frac{١}{٣}$ $\frac{٢}{٥}$

$= \frac{...\times١}{...\times٣} + \frac{...\times٢}{...\times٥}$

$= \frac{٥}{١٥} + \frac{٦}{١٥} = \frac{١١}{١٥}$ وهو عدد...

وطريقة أخرى الكسّر الدال على ما ستقرؤه لمى أَوْ مقدارُ ما ستقرؤهُ لمى $= \frac{٢}{٥} + \frac{١}{٣}$

$= \frac{٦}{١٥} + \frac{٥}{١٥}$ لماذا؟

$= ...$ وهو عدد .... (ماذا تلاحظ) ؟

أتَعَلَّم:
- عمليّةُ الجمع مغلقة* على **ن** (مجموع عددين نسبيين عدد نسبي).
- عملية الجمع تبديلية على **ن** (أ + ب = ب + أ).

* لكل أ ، ب ∈ **ن** فإن أ + ب ∈ **ن**

أُلاحِظُ أنَّ $\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٥} = \frac{١\times٥ + ٢\times٣}{٣\times٥}$ ، وبشكلٍ عامٍّ يمكنُ جمعُ عدديْنِ نسبيّيْنِ، وَفْقاً للقاعدةِ الآتيةِ:

لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د} \in$ ن، فإن $\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د} = \frac{أ\,د + ب\,جـ}{ب\,د}$

نشاط٣:

أُكْمِلُ ما يأتي، وأَجِدُ ناتجَ الجمع:

١) $\frac{٢}{٧} + \frac{-٣}{٥} = \frac{٢\times... + ...\times٧}{...\times٧}$

$= \frac{... + ...}{...}$

$= \frac{...}{...}$

٢) $\frac{٧}{-٣} + -٠,٤ = \frac{-٧}{٣} + \frac{-٤}{١٠}$

$= \frac{-٧٠+...}{٣\times...}$ لماذا؟

$= ....$

نشاط٤:

أُكْمِلُ، وأُلاحِظُ :

$(\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٥}) + ٠,٣ = (٠,٥ + ٠,٤) + ٠,٣ = ... + ٠,٣ = ١,٢$

$\frac{١}{٢} + (\frac{٢}{٥} + ٠,٣) = ٠,٥ + (٠,٤ + ٠,٣) = ... + ... = ...$ ماذا تلاحظ؟

أتَعَلَّم: عمليّةُ الجمع تجميعيّةٌ على ن.

أُفَكِّر: هل يوجَدُ عنصرٌ محايدٌ في عمليّة الجمعِ على ن ؟

نشاط ٥:

أُكْمِلُ الجدولَ الآتي:

العدد	نظيرُهُ الجمعيّ	العددُ + النظير الجمعيّ للعدد	النّظير الجمعيُّ للعدد + العدد
٤	٤-	٤ + ٤- = ٠	٤- + ٤ = ٠
٠,٢٥	٠,٢٥-	٠,٢٥ + ٠,٢٥- = ٠	.... + ... = ...
$\frac{٢-}{٥}$	$\frac{٢}{٥}$	$\frac{٢-}{٥} + \frac{٢}{٥} = ٠$	.... + ... = ...
$٠,\overline{٢}$	$-٠,\overline{٢}$	.... + ... = ...	.... + ... = ...

أتَعَلَّم: لكل عدد نسبي $\frac{أ}{ب}$ يوجد نظير جمعي هو العدد $-\frac{أ}{ب}$ بحيث أنَّ

$$\frac{أ}{ب} + -\frac{أ}{ب} = -\frac{أ}{ب} + \frac{أ}{ب} = ٠$$

نشاط ٦:

أُلاحِظُ عمليّةَ الطَّرحِ الآتيةَ، ثُمَّ أُكْمِل:

أ) $\frac{٢}{٧} - \frac{٥}{٧} = \frac{٥-٢}{٧}$

$= \frac{٣-}{٧}$ ، وهو عددٌ نسبيّ.

ب) $١,٥ - \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٢} - \frac{١}{٤}$

$= \frac{...}{٤} - \frac{١}{٤}$

$= \frac{...}{٤}$، وهو عددٌ ....

أُفَكِّر: هلْ يُمْكِنُ إيجادُ النّاتجِ بطريقةٍ أُخْرى؟

أتَعَلَّم: عمليّةُ الطّرحِ مغلقةٌ على ن.

يمكنُ طرحُ أيِّ عددَيْنِ نسبيّيْنِ، وَفْقاً للقاعدةِ الآتية:

لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د} \in$ ن، فإن $\frac{أ}{ب} - \frac{جـ}{د} = \frac{أ د - ب جـ}{ب د}$

نشاط٧:

في سباقٍ لذوي الاحتياجاتِ الخاصّةِ، قطعَ خالِدٌ في ساعةٍ واحدة $١\frac{١}{٢}$ كم، بينَما قطعَ سعيدٌ $\frac{٤}{٥}$ كم في ساعة واحدة، ما المسافة الّتي قطعَها خالدٌ زيادةً عَنِ المسافةِ الّتي قطعَها سعيد؟

المسافةُ الّتي قطعَها خالدٌ زيادةً عن سعيد $= ١\frac{١}{٢} - \frac{٤}{٥}$

$= \frac{٣}{٢} - \frac{٤}{٥}$

$= \frac{\ldots - \ldots}{١٠}$

$= \ldots\ldots$ كم

نشاط ٨

ضع إشارة صح أو خطأ في المكان المناسب لتصبح العبارة صحيحة:

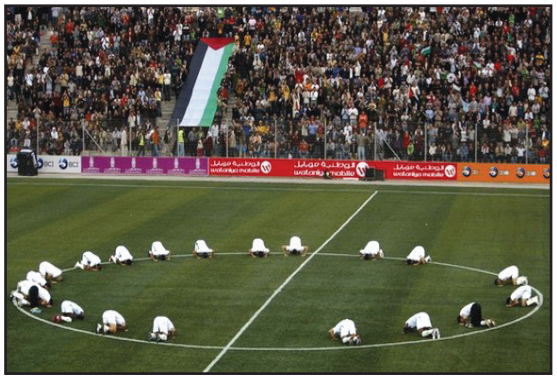
العملية	التبديل	التّجميع	الإنغلاق	العنصر المحايد
الجمع				
الطرح				

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ النّاتجَ لِكُلٍّ مِنَ الآتِيَة:

أ) $١,٣ + ٢\frac{٧}{١٠}$ ب) $\frac{٢}{٣} - \sqrt{٠,٠١}$

جـ) $-٧ + -١١$ د) $\frac{-٢}{٣} - \frac{٣}{٥}$



٢) حدّدَ الاتّحادُ الدَّوْلِيُّ لكُرةِ القدمِ (الفيفا) قياساتِ ملعبِ كرةِ القدمِ، بحيثُ يتراوحُ طولُهُ ما بين ١٠٠,٥ و ١١٨,٨ متراً، فيما يتراوحُ عرضُهُ ما بين ٤٥,٧ و ٩١,٤ متراً، بينما يبلغُ ارتفاعُ المَرمى بقائمَيْنِ لِكُلٍّ منهُما ٢,٤٤ متراً، فيما يبلغُ عَرْضُ العارضةِ الأُفُقِيّةِ ٧,٣٢ متراً.
أَجِدُ كُلّاً مِنَ الآتي:

أ) كم متراً يزيدُ عرضُ العارضةِ عن ارتفاع القائم؟

ب) ما أكبرُ طولٍ ممكنٍ لمحيطِ ملعبٍ يُبْنى ضِمْنَ مواصفاتِ (الفيفا)؟

٣) أُوَضِّحُ بمثالٍ عدديٍّ أنّ عمليّةَ الطَّرْحِ ليست تبديليَّةً على **ن**.

٤) أُوَضِّحُ بمثالٍ عدديٍّ أنَّ عمليّةَ الطَّرْحِ ليست تجميعيَّةً على **ن**.

٥) ما محيطُ مثلّثٍ أطوالُ أضلاعِهِ على التَّرتيبِ: ٢,٥ سم ، ٤,٢٥ سم ، $\sqrt{\frac{٨١}{١٦}}$ سم؟

٦) أَجِدُ ناتجَ كُلٍّ مِنَ الآتية: أ) $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٢} - ٣$ ب) $٢,٢٥ + \frac{١}{٢} + ٣$

٧) تبرَّعَ طلبَةُ الصَّفِّ الأوّلِ لمشروعٍ خَيريٍّ بمبلغ $١٩\frac{١}{٢}$ ديناراً، وتبرّعَ طلبةُ الصَّفِّ الثّاني بمبلغ $١٦\frac{١}{٤}$ ديناراً ، فيما تبرّعَ طلبةُ الصَّفِّ الثّالثِ بمبلغ ٢٢ ديناراً. أَجِدُ:

أ) مجموعَ ما تبرَّعَ به طلبةُ الصّفوفِ الثَّلاثِ.

ب) الفرقَ بينَ ما تبرّعَ به طلبةُ الصَّفِّ الأوَّلِ والثّاني.

١-٥ ضربُ الأعدادِ النّسبيّةِ وَقِسْمَتُها

نشاط ١:



يعيشُ طائرُ الحَجَلِ (الشُّنّارِ) في فِلَسْطين، ويألفُ المناطقَ المغطّاةَ بالأعشابِ والشُّجيراتِ ويتواجدُ في المناطقِ الجبليّةِ الوَعِرَةِ نسبيّاً، وتَضَعُ الأُنثى البيضَ، وتقومُ بِحِراستِهِ في موسمِ التّكاثُر. أَتأمَّلُ الشَّكْلَ المجاورَ، وعلى اعتبارِ أنَّ كتلةَ أيِّ بيضةِ حَجَلٍ تُساوي ٠,٠٣ كغم، ما كتلةُ جميعِ البيضاتِ في العُشّ؟

كتلة البيضات = عدد البيضات × كتلة البيضة

= ... × ...

= ٠,٢٧ كغم، وهو عددٌ نسبيّ.

وبطريقة أخرى كتلة البيضات = عدد البيضات × كتلة البيضة

$= ٩ \times \frac{٣}{١٠٠} = \frac{٣ \times ٩}{١٠٠} = ٠,٢٧$ كغم ، وهو عددٌ ....

أتَعَلَّم: عمليّةُ الضِّرْبِ مغلقةٌ* على **ن**.

ولضربِ أَيِّ عددَيْنِ نسبيّيْنِ، يمكنُ استخدامَ القاعدةِ الآتية:

لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ ∈ **ن**، فإن $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$

أُفَسِّرُ: معتمداً على القاعدة عمليّةَ الضَّربِ تّبديليَّةَ على ن.

* لكل أ ، ب ∈ **ن** فإن أ×ب ∈ **ن**

نشاط٢:

حديقةٌ مستطيلةُ الشّكل، طولُها $٣\frac{١}{٢}$م، وعرضُها $٢\frac{١}{٤}$م، أَجِدُ مِساحتُها.

مِساحةُ الحديقة = الطول × العَرض

$$= ٣\frac{١}{٢} \times ٢\frac{١}{٤}$$

$$= \frac{٧}{٢} \times \frac{\ldots}{\ldots}$$

$$= \frac{٧ \times \ldots}{٢ \times \ldots}$$

$$= \frac{\ldots}{\ldots} \text{ م}^٢$$

نشاط٣:

أُكْمِلُ ناتجَ الضّربِ لِكُلٍّ مِنَ الآتِيَة:

أ) $\frac{-٢}{٣} \times \frac{-٧}{٨} = \frac{-٢ \times \ldots}{٣ \times \ldots}$

$$= \frac{\ldots}{\ldots}$$

ب) $٠,٤ \times \sqrt{\frac{٩}{٤}} = \frac{٤}{١٠} \times \frac{٣}{٢}$ لماذا؟

$$= \frac{\ldots}{\ldots}$$

جـ) أَجِدُ ناتج الضَّربِ في الفَرْعِ (ب)، بتحويلِ المسألةِ لضربِ عددَيْنِ عشريَيْن.

نشاط٤:

أُكْمِلُ لأجد: $\left(\frac{٣}{٥} \times \frac{٤}{١٠}\right) \times \frac{٣}{٢} = \frac{١٢}{٥٠} \times \frac{٣}{٢} = \frac{\ldots}{\ldots}$

$\frac{٣}{٥} \times \left(\frac{٤}{١٠} \times \frac{٣}{٢}\right) = \frac{٣}{٥} \times \frac{١٢}{٢٠} = \frac{\ldots}{\ldots}$ (ماذا تلاحظ؟)

أتعَلَّم: عمليّةُ الضرب تّجميعية على ن.

نشاط ٥:

أُكْمِلُ عمليّاتِ الضّربِ الآتية:

-٦ × ١ = -٦ ، ١ × -٦ = -٦

٢,٩ × ١ = ٢,٩ ، ١ × ٢,٩ = ...

١ ٤/٧ × ١ = ١ ٤/٧ ، ١ × ١ ٤/٧ = ... (ماذا تلاحظ؟)

أتَعَلَّم: العددُ (١) هُوَ العنصرُ المحايدُ في عمليَّةِ ضربِ الأعدادِ النِّسبيّة **ن**.

تعريف: لأيِّ عددٍ نسبيٍّ $\frac{أ}{ب}$، أ ≠ ٠ يوجَدُ نظيرٌ ضَرْبِيٌّ هو العددُ $\frac{ب}{أ}$

نشاط ٦:

أُكْمِلُ الجدولَ الآتي:

العدد	العددُ بالصّورة $\frac{أ}{ب}$	النّظير الضّربي للعدد
٤	$\frac{٤}{١}$	$\frac{١}{٤}$
$\frac{-٣}{٥}$	$\frac{-٣}{٥}$	$\frac{-٥}{٣}$
١,٥	$\frac{٣}{٢}$	
	$\frac{٧}{٢}$	
$٧\frac{١}{٩}$		

أُفَكِّر: ما حاصلُ ضربِ العددِ النِّسبيِّ بنظيرِهِ الضّربي؟

نشاط٧:

يحتاج الطّفل يوميّاً ما معدّله $١\frac{٢}{٥}$ لتراً من الماء، فكم لتراً من الماء يحتاج الطّفل في ٣٠ يوماً؟

أُكْمِلُ، وأُناقِشُ حلَّ كُلٍّ من ميسَ ورامي:

حلّ ميس:

حاجة الطّفل $= ١\frac{٢}{٥} \times ٣٠$

$= ٣٠ (١ + \frac{٢}{٥})$

$= ٣٠ \times ١ + ٣٠ \times \frac{٢}{٥}$

$= \ldots + \ldots = \ldots$ لتراً

حلّ رامي:

حاجة الطّفل $= ١\frac{٢}{٥} \times ٣٠$

$= \frac{٧}{٥} \times ٣٠$

$= \frac{٢١٠}{٥}$

$= \ldots$ لتراً

أتَعَلَّم: يمكن توزيع الضرب على الجمع في مجموعة الأعدادِ النِّسبيّة **ن**.

نشاط٨:

تريد عُلا شراء حلوى بمبلغ $٥\frac{١}{٢}$ ديناراً، فإذا كان سعر القطعة الواحدة $\frac{١}{٤}$ دينار، ما عدد القطع الّتي تستطيع عُلا شراءها بهذا المبلغ؟

عدد القطع $= ٥\frac{١}{٢} \div \frac{١}{٤}$

$= \frac{١١}{٢} \times ٤$ (لماذا؟)

$= \frac{\ldots}{\ldots}$

$= \ldots$ قطعة حلوى.

أتَعَلَّم: يمكن قسمة أيّ عددينِ نسبيينِ اعتماداً على القاعدة الآتية:

لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د} \in ن$، جـ $\neq$ ٠ فإن $\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{جـ}$

نشاط ٩:

أُكْمِلُ حلَّ كُلٍّ مِنَ الآتية:

أ) $\frac{-١}{٣} \div \frac{٤}{٥} = \frac{-١}{٣} \times \frac{٥}{٤}$

$= \frac{\ldots}{\ldots}$

ب) $٢\frac{١}{٨} \div -\frac{١}{٤} = \frac{١٧}{٨} \div -\frac{١}{٤}$ (لماذا؟)

$= \frac{١٧}{٨} \times -٤$ (لماذا؟)

$= \ldots$

جـ) $١,٥ \div \frac{١}{٣} = ١,٥ \times ٣$

$= \ldots$

د) أَقْتَرِحُ طريقةً أُخرى لإكمالِ الحلّ في الفَرْعِ جـ.

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ ناتجَ ما يأتي:

أ) $\frac{-٤}{٥} \times ٢,٥$

ب) $\frac{-١}{٣} \times \sqrt{\frac{٩}{٤}} \times ٢,٥$

جـ) $\frac{-٢}{٣} \div \frac{١}{٩}$

د) $\frac{-١}{٣} (٠,٦ + ٩٠)$

٢) أَجِدُ كلّاً ممّا يأتي:

أ) النّظير الضّربي للعدد $\frac{٢}{٧}$

ب) (النّظير الضّربي للعدد $\frac{٥}{٢}$) + ١

جـ) (النّظير الضّربي للعدد $\frac{٧}{٨}$) × $\frac{-١}{٤}$

٣) إذا كان ثمن اللّتر من زّيت الزّيتون ٥ $\frac{١}{٤}$ ديناراً، فما ثمن تنكة زّيت سَعَتُها ١٥,٥ لتراً؟

٤) عمارة سكنية، ارتفاعها ١٤ متراً، مكوّنة من عدّة طوابق، ارتفاع كُلٍّ منها ٢,٨متر، ما عدد طوابق العمارة؟

٥) أُبَيِّنُ بمثالٍ عدديٍّ:

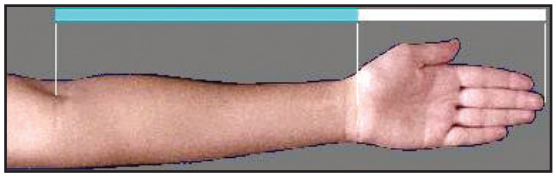
أ) عمليّة القسمة ليست تبديليَّة على **ن**.

ب) عمليّة القسمة ليست تجميعيَّة على **ن**.

٦) أكوّن جدولاً لخصائص عملتي الضرب والقسمة على مجموعة الأعداد النسبية.

٦-١ العدد غير النسبيّ

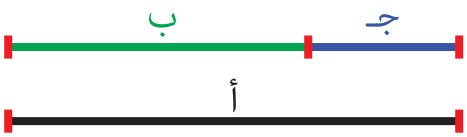
نشاط ١:



جسم الإنسان مبنيّ بتقسيماته الأساسيّة، وأبعاده الخارجيّة في توازن مدهش. وجدتْ رؤى نسبة البُعْدِ بين مِرْفَقِ يدها وطَرَفِ الإصبع الأوسط، والبالغ ٣٩,٥ سم إلى البُعْد بين رِسْغِ يدها ومرفقها، والبالغ ٢٤,٥سم، فماذا تساوي هذه النِّسبة تقريباً؟

النِّسبة المشار إليها تقريباً = ٣٩,٥ ÷ ٢٤,٥ = ... وهل هذه النِّسبة مجرد صدفة.

النِّسبة الذَّهبيَّة (← ١,٦١٨٠٣٣٩٨٨٧٤٩٨٩٥): هي عدد عشريّ غير منتهٍ وغير دوريّ فهي ليست عدداً نسبيّاً؛ وتَنْتُجُ من رسم قطعة مستقيمة، كما في الشّكل الآتي وتجزئتها، بحيث تكون نسبة أ إلى ب تساوي نسبة ب إلى جـ، وتساوي هذه النِّسبة.



تعريف: يُسمّى العدد الذي لا يمكن كتابته على الصّورة $\frac{أ}{ب}$، أ، ب، ∈ ص، ب ≠ ٠ عدداً غير نسبيّ. ويُرْمَزُ لمجموعة الأعداد غير النسبيّة بالرمز نَ.

نشاط ٢:

أُكْمِلُ كلّاً من الآتية:

أ) العدد ← ٢,١٢٢٣١٢٢٢٣١ عدد غير نسبيّ محصور بين ٢ ، ٢,٢ * (لماذا؟)

ب) العدد ..... غير نسبيّ محصور بين ٥,٦ ، ٥,٧

جـ) العدد ..... غير نسبيّ محصور بين ٣,٨ ، ٣,٩

* يميز العدد العشري غير النسبي بوضع ← على يمين الفاصلة العشرية.

ملاحظات

- إذا كان جـ عدداً نسبيّاً موجباً، جـ ليس مربّعاً كاملاً، فإنّ $\sqrt{جـ}$ عدد غير نسبيّ ،
وبالمثل، إذا كان جـ عدداً نسبيّاً وكان جـ ليس مكعّباً كاملاً فإن $\sqrt[3]{جـ}$ عدد غير نسبيّ*.
- العدد ٣ + $\sqrt{٢}$ عدد غير نسبيّ لأن الجزء العشريّ في ناتج الجمع غير منته وغير دوريّ.
وبالمثل فإن أيّ عدد بالصّورة (أ + ب) ، أ ∈ **ن** و ب ∈ **نَ** هو غير نسبيّ.
- النِّسبة التقريبيّة π (هي نسبة محيط الدائرة إلى قطرها) وهي عدد غير نسبيّ.
- إذا كان ك ∈ **ن**، ك ≠ صفر فإنَّ ك π عدد غير نسبي.
- النِّسبة الذهبية عدد غير نسبيّ.



نشاط٣:

أُكْمِل: أيُّ الآتية عدد غير نسبيّ، وأُوَضِّحُ السبب.

$\sqrt{١٠}$ ، $\sqrt{٠,٢٥}$ ، $\sqrt[3]{٢٥}$ ، $\pi٣$

الحلّ: $\sqrt{١٠}$ غير نسبيّ؛ لأنّ ١٠ ليست مربّعاً كاملاً في **ن**.

$\sqrt{٠,٢٥}$ نسبيّ؛ لأنّ ٠,٢٥ مربّع للعدد ... .

$\sqrt[3]{٢٥}$ غير نسبيّ؛ لأنّ ٢٥ ليست مكعّباً كاملاً.

$\pi٣$ غير نسبيّ؛ لأنّه ... .

يمكن أحياناً كتابة الجذور التَّربيعيّة بصورة أبسط، اعتماداً على التعريف الآتي:



تعريف: إذا كانت أ، ب أعداداً غير سالبة، فإن:

$$\sqrt{أب} = \sqrt{أ} \times \sqrt{ب}$$

* تسمى هذه الجذور بالجذور الصماء.

نشاط ٤ :

أَكْتُبُ بأبسط صورة كلّاً ممّا يأتي: $\sqrt{٤٤}$ ، $\sqrt{٤٥}$

$\sqrt{٤٤} = \sqrt{١١ \times ٤} = \sqrt{٤} \times \sqrt{١١} = \ldots$

$\sqrt{٤٥} = \sqrt{\ldots \times \ldots} = \sqrt{\ldots} \times \sqrt{\ldots} = \ldots$

يمكن تبسيط الجذور التكعيبيّة باستخدام التعريف الآتي:

تعريف: لأيّ عددين أ، ب، فإن $\sqrt[٣]{أب} = \sqrt[٣]{أ} \times \sqrt[٣]{ب}$

نشاط ٥ :

أَكْتُبُ بأبسط صورة كُلّاً من الآتية: $\sqrt[٣]{٤٠}$ ، $\sqrt[٣]{٨١}$

$\sqrt[٣]{٤٠} = \sqrt[٣]{٨} \times \sqrt[٣]{٥}$ (لماذا؟)

$= \ldots$

$\sqrt[٣]{٨١} = \sqrt[٣]{٢٧} \times \sqrt[٣]{٣}$ (لماذا؟)

$= \ldots$

مثال ١ :

أرادت سَنا رسم مثلث أطوال أضلاعه بالسنتمتر ٢، ٢، $\sqrt{٧}$ ، فهل تتمكّن من ذلك؟

تَعْلَمُ أنَّه في **المثلّث يكون مجموع طولَي أيِّ ضلعيْنِ أكبرَ من طول الضِّلع الثّالِث**، ولذلك يكفي أن نبيّن أنَّ $٤ < \sqrt{٧}$.

بما أنَّ $١٦ < ٧$، فإنَّ $٤ < \sqrt{٧}$ (لماذا؟)

أيّ أنَّه يمكن لِسَنا رسم مثلث بهذه الأطوال.

تَعْلَمُ أنّ بعضَ الجذور غيرُ نسبيّة، فهل يمكن إيجاد قيم تقريبيّة مناسبة لهذه الجذور؟

مثال٢:

أُعطي قيمة تقريبيّة للعدد $\sqrt{٤٤}$

العدد $\sqrt{٤٤}$ غير نسبيّ؛ لأنّ ٤٤ ليس مربّعاً كاملاً، ولتقريب قيمة $\sqrt{٤٤}$ ، نحدّد مربّعيْنِ كامليْن يقع بينهما العدد ٤٤، وهذان العددان هما ٣٦، ٤٩

٣٦ < ٤٤ < ٤٩ ، وهذا يعني أنّ:

$\sqrt{٣٦}$ < $\sqrt{٤٤}$ < $\sqrt{٤٩}$ ومنها ٦ < $\sqrt{٤٤}$ < ٧

ولذلك يمكن اختيار أيّ عدد يقع بين العددين ٦، ٧، مثل الأعداد: ٦,١، ٦,٢، ٦,٨ قيمةً تقريبيّةً للعدد $\sqrt{٤٤}$

نشاط٦:

اشترط منظّمو سباق دراجات هوائيّة ألّا يقلّ قُطْر عَجَل دراجّة المتسابق المشارك في الجولة الأولى عن ٣٤ سم، فهل تستطيع رؤى المشاركة بدراجتها الّتي يبلغ محيط إطار عَجَلها $\pi\sqrt{١١٠٠}$ سم.

محيط العَجَلة = ق π أيّ أن ق π = $\pi\sqrt{١١٠٠}$

ومنها ق = $\sqrt{١١٠٠}$ ، أَبْحَثُ عن أوّل مربّع كامل يزيد عن ١١٠٠

١١٠٠ < $(٣٤)^{٢}$ (لماذا؟)

أيّ أنّ $\sqrt{١١٠٠}$ < ٣٤ (لماذا؟)

ولذلك فإنّ رؤى .....

أُفَكِّر بطريقة أُخرى للحلّ

مثال٣:

أُعطي قيمة تقريبيّة للعدد $\sqrt[٣]{٢٠}$

الحلّ: لتقريب قيمة $\sqrt[٣]{٢٠}$ ، نُحَدِّدُ مكعّبيْنِ كامليْنِ يقع بينهما العدد ٢٠، وهذان العددان هما ٨، ٢٧،

ونلاحظ أنّ ٨ < ٢٠ < ٢٧، وهذا يعني أنّ $\sqrt[٣]{٨}$ < $\sqrt[٣]{٢٠}$ < $\sqrt[٣]{٢٧}$ ومنها:

٢ < $\sqrt[٣]{٢٠}$ < ٣، ولذلك يمكن اختيار أيّ عدد يقع بين العددين ٢، ٣، مثل الأعداد: ٢,١ ، ٢,٦، قيمةً تقريبيّةً للعدد $\sqrt[٣]{٢٠}$



تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أيُّ الآتية عددٌ غيرُ نسبيّ؟ أُوَضِّحُ إجابتي.

$\sqrt{٢٧}$ ، $\sqrt{٠,٤}$ ، $\sqrt[٣]{\frac{١}{٦٤}}$ ، ٠,٢٥٢٢٥٢٢٢٥ ⟵

٢) أَكْتُبُ بأبسط صورة كُلّاً من: $\sqrt{٦٣}$ ، $\sqrt[٣]{٥٦}$

٣) أُعطي قيمة تقريبيّة لكلّ من العددَيْنِ الآتيَيْنِ:

أ) $\sqrt{٧٠}$

ب) $\sqrt[٣]{٨٠}$

٤) أَكْتُبُ ثلاثة أعداد غير نسبيّة، يقع كلٌّ منها بين العددين ٥ ، ٦.

٥) أَجِدُ العدد التّالي في النمط، موضحاً السبب:

أ) $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٨}$ ، ...

ب) ١ ، $\sqrt[٣]{٣}$ ، $\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٧}$ ، ...

جـ) $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٨}$ ، $\sqrt{١٨}$ ، $\sqrt{٣٢}$ ، ...

٦) أراد مهندسٌ تصميمَ خزّانٍ مكعّبِ الشّكل، بحيث يتّسعُ لـ ٢٠٠ م٣، أَجِدُ قيمةً تقريبيّةً مناسبةً لطول حرف هذا الخزّان؟

١-٧ العمليّات على الأعداد غير النسبيّة

نشاط ١:

تُستخرَجُ الأملاحُ من البحر الميّت، من خلال عمليّات التّرسيب في بِرَكٍ على شاطئِ البحر، فإذا تمَّ ترسيب الأملاح في بِرْكَتَيْنِ قاعدتيهما مربَّعَتَي الشّكل، أطوالُ أضلاعهما على الترتيب: $\sqrt{٢٠٠}$ م، $\sqrt{٤٥٠}$ م، فما مجموعُ طولَي ضِلْعَي هاتيْنِ البِرْكَتَيْن؟

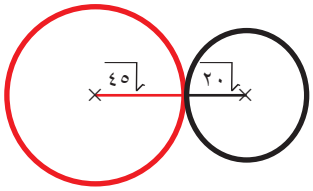
مجموع طولَي ضِلْعَي البِرْكَتَيْن = $\sqrt{٢٠٠}$ + ...

وكذلك مجموع طولَي الضّلعين = $\sqrt{٤٥٠}$ + ...

أُناقِشُ: هلْ يمكنُ كتابةُ المجموعِ بصورةٍ أبسط؟

نشاط ٢:

صنع حسن لوحتي إشارات مرورية دائرية، وأراد تثبيتها من الخلف بقطعة حديد تصل بين مركزيهما، كما يبيّن الشّكل المجاور، نِصْفُ قُطْرِ الأولى $\sqrt{٢٠}$ وحدة، ونِصْفُ قُطْرِ الثّانية $\sqrt{٤٥}$ وحدة، أَجِدُ طولَ الخَطِّ الواصل بين مركزيْهِما؟



طول الخطّ = $\sqrt{٢٠}$ + $\sqrt{٤٥}$

= $\sqrt{٤ \times ٥}$ + $\sqrt{٩ \times ٥}$

= ... + ... = ٥ $\sqrt{٥}$ وحدة.

أيضاً طولُ الخطّ = $\sqrt{٤٥}$ + $\sqrt{٢٠}$

= ... + ...

= ... وحدة. ماذا تلاحظ؟

أتَعَلَّم: عمليّة الجمع تبديليّة على $\mathbb{N}$.

نشاط٣:



أكمل إيجاد الآتي باستخدام الآلة الحاسبة:

$\sqrt{٢} = ١,٤١٤٢١٣٥ \longrightarrow$

$\sqrt{٨} = \ldots$

$\sqrt{١٠} = \ldots$

هل $\sqrt{٢} + \sqrt{٨} = \sqrt{١٠}$ ؟

نشاط٤:

أَجِدُ بأبسط صورة قيمة المقدار $(٣ + \sqrt{٥}) - (٥ + \sqrt{٢٠})$

$(٣ + \sqrt{٥}) - (٥ + \sqrt{٢٠}) = ٣ + \sqrt{٥} - ٥ - \sqrt{٢٠}$

$= (٣ - ٥) + (\sqrt{٥} - \sqrt{٢٠})$ (لماذا؟)

$= \ldots + \sqrt{٥} - \sqrt{٤ \times ٥}$

$= -٢ + \sqrt{٥} - ٢\sqrt{٥}$ (لماذا؟)

$= -٢ - \ldots$

نشاط ٥:



ما مِساحةُ صالةٍ ريّاضيَّةٍ مستطيلةِ الشّكل، طولُها (٢٠ + $\sqrt{٣}$) م، وعرضُها (٢٠ - $\sqrt{٣}$) م؟

مِساحةُ الصّالة = الطول × العرض

= (٢٠ + $\sqrt{٣}$) (٢٠ - $\sqrt{٣}$)

= ٢٠ × ٢٠ + ٢٠ × $\sqrt{٣}$ - $\sqrt{٣}$ × ٢٠ - $\sqrt{٣}$ × $\sqrt{٣}$

= ٤٠٠ - ٢٠ $\sqrt{٣}$ + ٢٠ $\sqrt{٣}$ - ...

= ... - ...

= ٣٩٧ م^{٢} (لماذا؟)



أتَعَلَّم: عمليّة الضرب ليست مغلقة على مجموعة الأعداد غير النسبية.

نشاط ٦:



أُبَيِّنُ أن ($\sqrt{٢}$ × $\sqrt{٥}$) × $\sqrt{١٠}$ = $\sqrt{٢}$ × ($\sqrt{٥}$ × $\sqrt{١٠}$) .

($\sqrt{٢}$ × $\sqrt{٥}$) × $\sqrt{١٠}$ = $\sqrt{١٠}$ × $\sqrt{١٠}$

= ١٠ (لماذا؟)

$\sqrt{٢}$ × ($\sqrt{٥}$ × $\sqrt{١٠}$) = $\sqrt{٢}$ × $\sqrt{٥٠}$

= $\sqrt{...}$ = ...



أتَعَلَّم: عمليّة الضرب تجميعية على مجموعة الأعداد غير النسبية، وأن لكل أ، ب، جـ أعداد غير سالبة فإن $\sqrt{أ}$ × $\sqrt{ب}$ × $\sqrt{جـ}$ = $\sqrt{أ ب جـ}$



تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَجِدُ قيمة الآتي بأبسط صورة:

أ) $\sqrt{٣} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٦}$

ب) $\sqrt{٢٧} + \sqrt{٥٠} + \sqrt{١٢} + \sqrt{٢}$

٢) ما محيط مستطيل، أبعاده بالمتر:

$(\sqrt{٢٠} - \sqrt{٢})$ ، $(\sqrt{٨} + \sqrt{٥})$

٣) أُبَيِّنُ بمثالٍ عدديٍّ كلّاً من الآتية:

أ) عمليّة الجمع ليست مغلقة على مجموعة الأعداد غير النسبيّة.

ب) عمليّة الطَّرْح ليست مغلقة على مجموعة الأعداد غير النسبيّة.

جـ) عمليّة الطَّرْح ليست تبديليَّة على مجموعة الأعداد غير النسبيّة.

٤) أُبَيِّنُ بمثالٍ عدديٍّ أنّ $\sqrt{أ - ب} \neq \sqrt{أ} - \sqrt{ب}$

الاختبار الذاتي

السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١) أيّ من الأعداد الآتية يمثل عدداً غير نسبي؟

أ) $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9}$ ب) $\frac{1}{3} - \sqrt{\frac{2}{5}}$ ج) ٠,٦٢٨ د) $\frac{22}{7}$

٢) إذا كانت مساحة منطقة مربعة تساوي $\frac{4}{9}$ وحدة مربعة، فما طول ضلعها ؟

أ) $\frac{16}{81}$ ب) $\frac{4}{3}$ ج) $\frac{8}{18}$ د) $\frac{2}{3}$

٣) أيّ من العبارات الآتية خاطئة؟

أ) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} < \frac{1}{3}$ ب) $1,4 = 1\frac{2}{5}$ ج) $\frac{3}{7} < 0,4$ د) $\frac{3}{7} > \frac{4}{9}$

٤) أيّ من العددين الصحيحين الآتيين يقع بينهما العدد $\sqrt{55}$ ؟

أ) ٥ و ٦ ب) ٦و٧ ج) ٨ و ٧ د) ٤٣ و ٤٥

٥) يملك مزارع $\frac{7}{8}$ لتراً من المبيد، ويحتاج لرشّ كل شجرة $\frac{1}{16}$ لتراً، كم شجرة يمكنه رشّها؟

أ) ١٠ شجرات ب) ١٢ شجرة ج) ١٣ شجرة د) ١٤ شجرة

السؤال الثاني: جِد قيمة س في المعادلة الآتية: $\sqrt{27}$ س + ٢ $\sqrt{3}$ س – $\sqrt{75}$ = $\sqrt{48}$

السؤال الثالث: إذا كان: (-٦ – س) هو النظير الجمعي للعدد (-٤ – س)، ما قيمة (- $\frac{3}{5}$ س)؟

السؤال الرابع: جِد ناتج كل من العمليات الآتية:

أ) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} - \frac{5}{3} =$

ب) $1\frac{5}{3} \times \frac{2}{5} =$

ج) $0,8 \times \frac{7}{10} =$

د) $\sqrt{12} + \sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3} =$

هـ) $(1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5})$

السؤال الخامس: خزّان ماء مكعّب الشّكل، إذا كان حجمه يساوي $3\frac{3}{8}$ م^3، أحسب مساحة أحد أوجهه الجانبية؟

السؤال السادس:

اعتاد خالد على مساعدة جدّته في صناعة الصّابون البيتي أيّام العطل، حيث يتوفّر لديهم قالب خاصّ على شكل متوازي مستطيلات، مِساحة قاعدته ٠,٨١ م^{٢}، وارتفاعه ٨ سم، وبعد تعبئته تماماً بخليط الصّابون يُجفَّف ويُقطَّع إلى قطع مناسبة.

أ- هل يستطيع خالد تقسيم الصّابون في القالب إلى قطع مكعّبة، حجم كلّ منها ٥١٢ سم^{٣}؟ وما حجم المادة المتبقية (إن وجدت)؟

ب- كيف يمكنه تقسيم الصّابون كاملاً إلى ٣٠٠ قطعة، ارتفاع كلّ منها ٨ سم؟ وما الأبعاد الممكنة للقطعة الواحدة، بحيث لا يقلّ أيّ من بُعدَي القاعدة عن ٣ سم؟

أقيم ذاتي:

أعبر بلغتي عن أهم المهارات التي تعلمتها في هذه الوحدة.

مشروع الوحدة:



الكفايات المستهدفة في هذا المشروع:

- فهم المسألة والمثابرة في حلها .
- بناء الحجج ونقدها.
- تعميم الأنماط والاستدلال المتكرر.
- اتخاذ القرار الرياضي المسؤول.

يُعدّ الحقّ في الحصول على بيئة صحّية مناسبة من حقوق الإنسان الأساسية، ومن المهمّ لكلّ شخص المحافظةُ على كتلةٍ مناسبةٍ لجسمه، ولتحديد كتلة مناسبة للجسم، يُستخدَم مؤشِّرٌ مشهورٌ يُسمّى مؤشرَ كتلة الجسم (BMI) يساوي الوزن (كغم) على الطول (متر)، وتوظيفاً لهذا المؤشّر، تُقَدِّمُ كلُّ مجموعة بطاقةً تعريفيّةً بأفرادها، تتضمّن أطوالَهم بالسّنتمتر، وكُتَلَهُمْ بالكغم، ومؤشّرُ كتلةِ الجسم، نسبة الطَّلَبَة في المجموعة الذين تُعَدُّ كتلتهم مناسبةً على ضوء هذا المؤشّر.

- إذا كان مؤشر كتلة الجسم لفرد ما ٢٣,٥، ثم أصبح ٢٢,٨، فما مقدار التغير؟ وهل التغير موجب أم سالب؟ فسّر معنى الإشارة في هذا السياق.
- هل يمكن الاعتماد على مؤشر كتلة الجسم وحده لاتخاذ حكم صحي على الفرد؟ ناقش إجابتك، وميّز بين النتيجة الرّياضية والتفسير الصحي لها.
- قدم نصائح للحصول على جسم رشيق وصحة جيدة

روابط الكترونية:

https://www.youtube.com/watch?v=ibL_eAyI6ns

http://iblog.dearbornschools.org/choucair/wp-content/uploads/sites/2165/2016/09/pg.-20-21.pdf

الجبر

الوحدة
٢



سهل مرج ابن عامر

أتأمَّل المنطقة الملوّنة باللّون الأحمر، وأُفَكِّرُ بطرقٍ مختلفة لحساب مِساحتها.

الكفايات المستهدفة في هذه الوحدة:

١- التفكير الكمي والتجريدي.

٢- النّمذجة الرّياضية.

٣- فهم المسألة والمثابرة على حلها.

٤- الدّقّة الرّياضية.

يتوقع من الطلبة بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف العمليّات على المقادير الجبريّة والتحليل في الحيّاة العمليّة من خلال الآتي:

١- تحليل المقادير الجبريّة، بإخراج العامل المشترك.

٢- التعرف إلى مجموع وفرق مكعّبين.

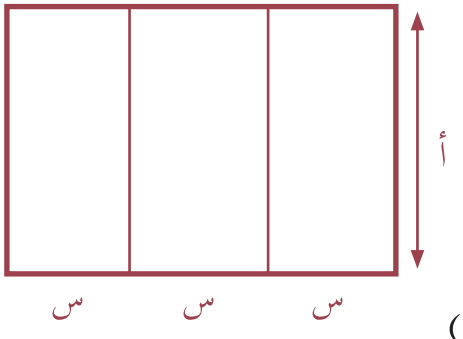
٣- تحليل مجموع وفرق مكعّبين.

٤- حلّ مشكلات حياتيّة، باستخدام الجبر.

١-٢ تحليل المقادير الجبريّة بإخراج العامل المشترك

نشاط ١:

يشتهر شمال فِلَسْطين بالزّراعة، ولتحقيق مردودات أعلى، يلجأ المزارعون لتقسيم الأراضي وزراعتها على مراحل. فإذا قُسِّمَتْ مزرعة مستطيلة الشّكل، مساحتها بالمتر المربع (٣س^{٢}+٩س) إلى ثلاثة أجزاء مستطيلة الشّكل، ومتساوية المِساحة، وكان عرض الجزء الواحد منها بالمتر يساوي (س)، فما عرض قطعة الأرض هذه بدلالة س؟



أرسمُ رسماً توضيحيّاً ، كما في الشّكل المجاور،

طولُ قطعة الأرض = ... متراً (لماذا؟)

عرض قطعة الأرض = أ متراً

مِساحة قطعة الأرض = ٣س × أ متراً (لماذا؟)

ومنها عرض قطعة الأرض (أ) = س + ٣ متراً (أُوَضِّحُ السبب)

تُسَمّى عمليّةُ كتابةِ المقدارِ الجبريِّ على صورةِ حاصلِ ضربِ عواملِهِ التحليلَ إلى العوامل، وهي عمليّة معاكسة لعمليّة ضرب الحدود الجبريّة.

نشاط ٢:

أُكْمِلُ تحليل المقادير الجبريّة الآتية إلى عواملها:

١) ٦أ + ١٨أ^{٢}

١٨أ^{٢} = ٣ × ٦ أ × أ ، أُلاحِظُ أنَّ ع.م.أ للحدّيْن (٦أ، ١٨أ^{٢}) = ٦أ

٦أ + ١٨أ^{٢} = ٦أ + ٣ × ٦ أ × أ

ومنها: ٦أ + ١٨أ^{٢} = ٦أ (١ + ٣أ)

٢) ١٦أس + ١٤س^{٢} ص = ٨ × ٢ × أ × س + ٢ × ٧ × س × س × ص

إذن: ١٦أس + ١٤س^{٢}ص = ٢س(..... + ...) (لماذا؟)

٣) أ (٣ب − ٤) − ٨ (٣ب − ٤)

أ (٣ب − ٤) − ٨ (٣ب − ٤) = (٣ب − ٤) (..... − .....) (لماذا؟)

أتَعَلَّم: يمكن تحليل بعض المقادير الجبريّة عن طريق تجميع الحدود، ثُمَّ إخراج العوامل المشتركة.

نشاط٣:

أُكْمِلُ تحليل المقدار الجبري الآتي إلى عوامله الأولية:

(أس – أص + ب س – ب ص) = أ(س – ص) + ب(س – ص)

= (س – ص) (أ + ...)

ويمكن تحليل المقدار السابق كالآتي:

(أس – أص) + (ب س – ب ص) = (أس + ب س) + (- أص – ب ص) (لماذا؟)

= س(أ + ب) – ص(أ + ب)

= (أ + ب)(س – ...) (لماذا؟)

نشاط٤:

أَجِدُ ناتج القسمة في كُلٍّ ممّا يأتي:

أ) (٢٦هـ^{٢} + ١٤هـ^{٤}) ÷ ٢هـ

$$(٢٦هـ^{٢} + ١٤هـ^{٤}) \div ٢هـ = \frac{٢٦هـ^{٢} + ١٤هـ^{٤}}{٢هـ} = \frac{٢٦هـ^{٢}}{٢هـ} + \frac{١٤هـ^{٤}}{٢هـ}$$

= ١٣هـ + ...

ب) (٩ل^{٣}م^{٤} – ١٨ل م^{٢}) ÷ ٣ل م^{٢} = $\frac{٩ل^{٣}م^{٤} - ١٨ل م^{٢}}{٣ل م^{٢}}$

= $\frac{٩ل^{٣}م^{٤}}{٣ل م^{٢}} - \frac{١٨ل م^{٢}}{٣ل م^{٢}}$ = ... – .....

عند قسمة مقدار جبريّ على حدّ جبريّ لا يساوي صفر، يمكن قسمة كُلّ حدّ من حدود المقدار الجبريّ على هذا الحدّ.

تَمارينُ وَمَسائِل:



١) أُحَلِّلُ المقادير الآتية إلى عواملها:

أ) ١٤أ ب + ٢١أ ب^{٢}

ب) (أ + ١)(أ - ٢) - (أ + ١)(أ - ٤)

جـ) -٥س ص - ٤٠ص^{٢}

٢) أُحَلِّلُ المقادير الآتية إلى عواملها الأوّلية:

أ) س ص + ٢س + ٢ص + ٤

ب) ١٢ + ٨ص - ٣س - ٢س ص

جـ) ٢٠أهـ + ٤ب هـ + ١٠أ س + ٢ب س

٣) أجد ناتج ما يلي بأبسط صورة:

أ) (س^{٢} - ٣س) ÷ (س - ٣) = س (س - ...) ÷ (س - ٣)

ب) (٢٧أ^{٢}س^{٧}) ÷ (٩أس)

٤) إذا كانت مِساحة مستطيل بالمتر المربع تساوي ٣س^{٢} + ٥س، فما طول هذا المستطيل، إذا كان عرضه يساوي س متراً؟

٥) أُحَلِّلُ المقدار الجبري الآتي بأبسط صورة إلى عوامله الأولية:

س^{٣} + س^{٢} + ٣س + ٣

٦) إذا كان ناتج ضرب حدّيْنِ جبريّيْنِ هو -٦٤س^{٣} ص^{٣} ، وكان الأوّل ١٦س^{٢}، أَجِدُ الحدّ الثّاني.

٢-٢ تحليل العبارة التَّربيعيّة

نشاط ١:

تمتاز العِمارة الفِلَسْطينيّة بتنوّعها واهتمامها بالأشكال الهندسيّة المنتظمة، يريد أبو يوسفَ بناءَ بوّابةٍ مربّعةِ الشّكل، تُعطى مِساحتها بالمقدار (س^{٢} + ٤س + ٤)، فكم سيكون طول ضِلْعها؟

بما أنّ (س + ٢) (س + ٢) = (س + ٢)^{٢}

= ... + ٢ × ٢ × س + ...

= س^{٢} + ٤س + ٤

أُلاحِظُ أنّ طول ضِلْعها (س + ٢)، فهل يمكن إيجاد طول البوّابة بصورة مختلفة؟

تعريف: العبارة التَّربيعيّة: هي مقدارٌ جبريٌّ يمكن أن يُكْتَبَ بالصّورة (أ س^{٢} + ب س + جـ)، حيث أ، ب، جـ أعداد ثابتة، أ ≠ صفر.
ويُسَمّى أ: معامل س^{٢} ، ب : معامل س، جـ: الحدّ الثابت.

نشاط ٢:

حدد أيٍّ من المقادير الجبريّة الآتية يمثّل عبارة تربيعيّة، ثم أَكْتُبُ للعبارة التَّربيعيّة منها، قيم كلٍّ من أ، ب، جـ.

١) س^{٢} + ٥ س + ٦ ، عبارة تربيعيّة فيها: أ = ١ ، ب = ٥، جـ = ٦

٢) س^{٢} + ٩ – ٦س ، عبارة تربيعيّة فيها: أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

٣) س^{٣} + س + ٦ ، ..... ، .....

٤) ٥(س – ١) ، ليست عبارة تربيعيّة (لماذا؟)

٥) ٨ – س^{٢} – ٢س ، ..... فيها، أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

نشاط ٣:

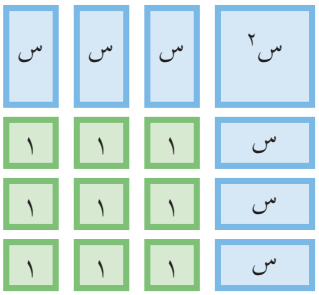
أُمَثِّلُ العبارة التَّربيعيّة (س^{٢} + ٦ س + ٩)، باستخدام القِطَع الجبريّة:

أُرَتِّبُ القِطَع، كما في الشّكل المجاور:

مِساحة المربّع الناتج = (طول الضِّلْع)^{٢} = (س + ٣)^{٢}

مجموع المِساحات المكوّنة للمربّع = س^{٢} + ٦س + ...

لذلك: (س + ٣)^{٢} = س^{٢} + ٦س + ٩





أَتَعَلَّم: تُسَمّى العبارة التَّربيعيّة المكتوبة بالصّورة س^{٢} ± ٢ د س + د^{٢} مربّعاً كاملاً، ويكون تحليلها بالصّورة (س ± د) (س ± د) = (س ± د)^{٢}.

نشاط ٤:

أُكْمِلُ الآتي بتحليل العبارات التَّربيعيّة المعطاة إلى عواملها:

١) س^{٢} + ١٠س + ٢٥ = (س)^{٢} + ٢ × ٥ × س + (٥)^{٢} = (س + ٥) (س + ٥)

= (.....)^{٢}

٢) س^{٢} − ٨س + ١٦ = (س)^{٢} − ٢ × ٤ × س + (...)^{٢}

= (س − ....)^{٢}

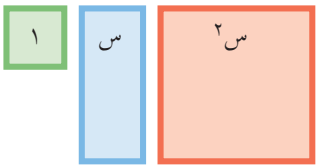
٣) ٤س^{٢} − ٢٠س + ٢٥ = (٢س)^{٢} − ٢ × ٥ × ٢س + (....)^{٢}

= (٢س − ....)(٢س − ....) = (.....)^{٢}

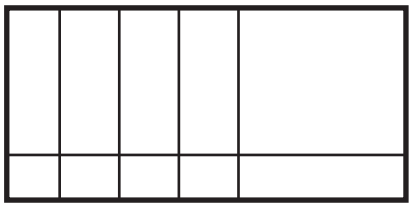
نشاط ٥:

تُمَثِّلُ العبارة (س^{٢} + ٥س + ٤) مِساحة مستطيل، فما طول هذا المستطيل وعرضه؟

أَسْتَخْدِمُ القِطَع الجبريّة الآتية في تمثيل مِساحة المستطيل:



أُرَتِّبُ القِطَع الجبريّة، فيتكون المستطيل المجاور:



أُلاحِظُ أنَّ:

طول المستطيل = (س + ٤) ، وعرض المستطيل= (س + ١)

مِساحة المستطيل = الطول × العرض

أيّ أنّ س^{٢} + ٥س+ ٤ = (س + ٤)(س + ١)

أُلاحِظُ أنَّ الحدّ ٤ هو حاصل ٤ × ١، وأنّ الحدّ ٥ هو ٤ + ...

أَتَعَلَّم: لتحليل العبارة التَّربيعيّة المكتوبة بالصّورة س^{٢} + ب س+ جـ، يتم إيجاد عدديْن م، ن، بحيث ب = م + ن، جـ = م × ن

فيكون تحليل العبارة س^{٢} + ب س+ جـ على الصّورة (س + م)(س + ن)

نشاط ٦:

أُكْمِلُ الآتي بتحليل العبارات التَّربيعيّة إلى عواملها الأوّلية:

١) س^{٢} + ٧س + ١٠

أُلاحِظُ أنَّ: جـ = ١٠ = ٢ × ٥

ب = ٥ + ٢ = ٧

إذن: س^{٢} + ٧س + ١٠ = (س + ٥)(س + ٢)

٢) س^{٢} – ٤س + ٣ = (س – ٣)(س – ....)

٣) س^{٢} – ١١س + ١٨ = (س – ٩)(س – ....)

٤) ص^{٢} – ١٦ص + ٦٣ = (.....)(.....)

أُلاحِظُ أنَّه إذا كانت إشارة جـ موجبة، فإنّ م، ن متشابهَيْنِ في الإشارة، وتكون إشارتُهُما تَبْعاً لإشارة ب.

نشاط٧:

أُكْمِلُ الآتي بتحليل العبارات التَّربيعيّة إلى عواملها الأولية:

١) س^{٢} + ٢س − ٣

أُلاحِظُ أنَّ: جـ = −٣ = + ٣ × −١ ، ب = + ٢ = ٣ + −١

ومنها: س^{٢} + ٢س − ٣ = (س + ٣)(س − ١)

٢) س^{٢} − ١٠س − ٢٤

أُلاحِظُ أنَّ: جـ = −٢٤ = −١٢ × ٢

ب = −١٠ = −١٢ + ٢

ومنها: س^{٢} − ١٠س − ٢٤ = (س + ٢)(س − ...)

٣) س^{٢} + ٤س −٥ = (س + ...)(س − ...)

أُلاحِظُ أنَّه إذا كانت إشارة جـ سالبة، فإنّ م، ن مختلفانِ في الإشارة، وتَتْبَعُ إشارةُ الأكبرِ منهما إشارةَ ب.

نشاط٨:

أُكْمِلُ تحليل العبارات التَّربيعيّة إلى عواملها الأوّلية:

١) ٣س^{٢} − ١٦س + ٢١

عوامل الحدّ ٣س^{٢} ← { ٣س ، س } { −٧ ، −٣ } → عوامل الحدّ ٢١

ب = −٩س + −٧س = ... (لماذا؟)

ومنها: ٣س^{٢} − ١٦س + ٢١ = (٣س − ٧)(س − ٣)

٢) ٢س^{٢} + ٧س − ٢٢ = (٢س + ١١)(س − ٢)

٣) ٦ص^{٢} −١٩ص + ١٠ = (٢ص − ....)(٣ص − ....)

نشاط ٩:

حديقة مستطيلة الشّكل، عُبِّرَ عن مِساحتها بالمقدار (س^{٢} + ١٧س + ٣٠) م^{٢} ، وعُبّرَ عن عرضها بالمقدار (س + ٢) م، فما طول هذه الحديقة؟

مِساحة الحديقة = الطول × العرض

ومنها: طول الحديقة = مِساحة الحديقة ÷ عرض الحديقة

أُكْمِلُ طول الحديقة = (س^{٢} + ١٧س + ٣٠) ÷ (س + ٢)

$$= \frac{(س^{٢} + ١٧س + ٣٠)}{(س + ٢)}$$

$$= \frac{(س + ١٥)(.....)}{(س + ٢)}$$

= (س + ...) متراً

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أُحَلِّلُ العبارات التَّربيعيّة الآتية إلى عواملها الأولية:

أ) $س^{٢} - ١٤س + ٢٤$ ب) $٩س^{٢} - ٦س ص + ص^{٢}$

جـ) $٦ص^{٢} + ١١ص - ١٠$ د) $س^{٢} - س + \frac{١}{٤}$

٢) أَكْتُبُ تعبيراً جبريّاً يمثّل محيط لوح خلايا شمسية مستطيلة الشّكل، مِساحتها: $(س^{٢} + ٢٤س - ٨١)$.

٣) ما قيم ك الّتي تجعلُ تحليل العباراتِ التَّربيعيّةَ الآتيةَ صحيحاً:

أ) $س^{٢} + ك س - ١٩ = (س - ١٩)(س + ١)$

ب) $س^{٢} + ك س + ١٤ = (س - ٢)(س - ٧)$

٤) أجد ناتج ما يأتِ بأبسط صورة:

$(٢ص^{٢} - ٣٢) \div (ص - ٤)$

٥) إذا كانت مساحة حديقة منزلية مستطيلة الشّكل $(٣٢ س^{٢} + ٩٦ س + ٦٤)$ م^{٢}، وعرضه $(٤س + ٤)$ م، فما طول تلك الحديقة؟

٣-٢ تحليل الفَرْق بين مربّعيْن

نشاط١:

دمّر جدار الضّم والتوسع مِساحاتٍ واسعةً من الأراضي الزّراعيّة الفِلَسْطينيّة وسَلَبَها. يمتلك مزارعٌ أرضاً زراعيّة مربّعةً، طول ضِلْعها ٢٣م، اقتطعَ منها الجدارُ قطعةً مربّعةً، طول ضِلْعها ١٧م. فما مِساحة القِطْعة المتبقّية من أرض المزارع؟

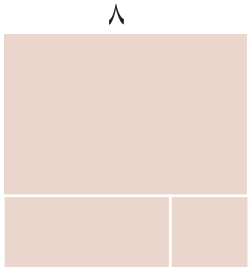
مِساحة المنطقة المتبقّية= (٢٣)^{٢} - (١٧)^{٢}

= ... - ... = ...م^{٢}، وهل يمكن حساب هذه المِساحة بطريقة أُخرى؟

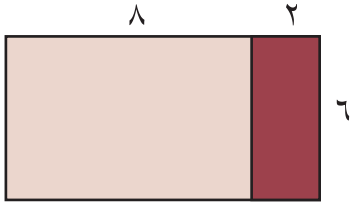
نشاط٢:

أُحْضِرُ قطعةَ كرتونٍ مربّعةً، طول ضِلْعها ٨ سم.

أَقُصُّ منها مربّعاً طول ضِلْعه ٢ سم،



أَحْسِبُ مِساحة المنطقة المتبقّية بعد قصّ المربّع، بإعادة تركيب القطع المتبقّية؛ لتكونَ مستطيلاً، كما في الشّكل الآتي:



طول المستطيل الناتج = ١٠ سم، عرضه = ٦ سم (لماذا؟)

ومنها: مساحته = ١٠ × ٦ = ٦٠ سم^{٢}.

الفرق بين مِساحتَي المربّعيْنِ الصَّغيرِ والكبير = ٦٤ - ... (لماذا؟)

= ... سم^{٢}

أَتَعَلَّم: الفرق بين مِساحتي مربّعيْنِ تساوي مِساحة مستطيل، طولُه يساوي (مجموع ضِلْعَي المربّعيْن)، وعرضُه يساوي (الفرق بين طولَي ضِلْعَي المربّعيْن).

وَيُعَبَّرُ عن ذلك بالرّموز : س^{٢} - ص^{٢} = (س + ص)(س - ص).

نشاط٣:

أُكْمِلُ تحليل العبارات الآتية:

١) ص^{٢} – ٢٥ = (ص)^{٢} – (٥)^{٢} = (ص – ٥)(ص + ٥)

٢) س^{٢} – ٥ = (س + ...)(س – ...)

٣) ٤ص^{٢} – ١٤٤ = (٢ص)^{٢} – (١٢)^{٢} = (٢ص + ...)(.... – ...)

٤) ٢٥م^{٢} – ٩ل^{٢} = (٥م + ...)(٥م – ...)

نشاط٤:

أجد ناتج ما يلي بأبسط صورة:

١) (س^{٢} – ٤) ÷ (س + ٢) = (س – ٢)(.....) ÷ (س + ٢)

٢) (س٢ -٤) ÷ (س+٢) مع بيان سبب الاختصار.

أُفَكِّر: هل يمكن تحليل مقدار جبريّ بالصّورة (س^{٢} + ١)؟ أُفَسِّرُ إجابتي.

تَمارينُ وَمَسائِل:

١) أَكْتُبُ ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

أ) (ص − ٩)(ص + ٩) ب) (٦س + ١)(٦س − ١)

٢) أُحَلِّلُ المقادير الآتية:

أ) س^{٢} − ٣٦ ب) ص^{٢} − ٢٥ جـ) ٨س^{٢} − ٧٢

٣) أُكْمِلُ الفراغاتِ في الآتية:

أ) ص^{٢} − (....)^{٢} = (.... + ٨)(.... − ٨)

ب) ٤أ^{٢} − ..... = (٢أ − ٩)(٢أ + ٩)

جـ) ١٤٤أ^{٢} − ١٠٠ب^{٢} = (١٢أ − ....)(..... + ...)

٤) أَجِدُ القيمة العدديّة للمقدار (٦٧٥)^{٢} − (٣٢٥)^{٢} بطريقتين.

أ) أيهما أسهل للوصول للنتيجة بدقة وسرعة دون استخدام الآلة الحاسبة؟ ولماذا؟

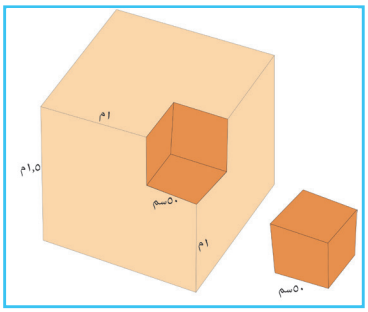
ب) فسر كيف ساعدك اكتشاف" الفرق بين مربعين" في تبسيط عملية حسابية معقدة كهذه.

ج) أكتب مسألة أخرى وجرب كيف تساعدك قاعدة فرق بين مربيعين لإيجاد الناتج.

٥) يُراد إحاطة حديقة مربعة الشّكل. بممر عرضه ٢م، فما التكلفة اللازمة لتبليط الممر علماً بأن تكلفة المتر المربع الواحد ٥ دنانير؟ اكتب جميع الطرق الممكنة.

٤-٢ تحليل الفرق بين مكعّبيْن

نشاط ١:



يعتبر الحصول على مسكن مناسب من المتطلبات الأساسية للأفراد، تُشيرُ معطياتُ جهاز الإحصاءِ المركزيّ إلى ازدياداٍ في البناء العمراني عام ٢٠١٦م. وفي ظل الاستخدام المتزايد للحجر الطبيعي في البناء؛ يُراد قطع قاعدة عمود مكعّبة الشّكل طول حرفها ٥٠سم من صّخرة مكعّبة الشّكل طول حرفها ١,٥م، كما في الشّكل المجاور، ما حجم الصّخرة بعد قطع هذه القاعدة؟

حجم الصّخرة بعد قطع القاعدة = حجم الصّخرة – حجم قاعدة العمود

$= (١,٥)^{٣} - (٠,٥)^{٣}$

$= ٣,٣٧٥ - ٠٠٠٠ = ٣,٢٥$ م^{٣}

هل يمكن حساب حجم الصّخرة بطريقة أخرى؟

نشاط ٢:

أُكمل إيجادَ ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية:

أ) $(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤) = س(س^{٢} + ٢س + ٤) - ٢(س^{٢} + ٢س + ٤)$

$= س^{٣} + ٢س^{٢} + ٤س - ٢س^{٢} - ٤س - ٠٠٠$

$= س^{٣} - ٨$

ب) $(٢س - ص)(٤س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢})$

$= ٢س(٤س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}) - ص(٤س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢})$

$= ٨س^{٣} + ٠٠٠٠ + ٢س ص^{٢} - (٤س^{٢}ص + ٠٠٠٠ + ص^{٣})$

$= ٨س^{٣} + ٤س^{٢}ص + ٢س ص^{٢} - ٤س^{٢}ص - ٢س ص^{٢} - ص^{٣}$

$= ٨س^{٣} - ٠٠٠٠$ ماذا تلاحظ؟

أتعلّم: يُسمّى المقدار الجبري $أ^{٣} - ب^{٣}$ فرقاً بين مكعّبين، ويتمّ تحليلُه؛ وفقاً للقاعدة:

$أ^{٣} - ب^{٣} = (أ - ب)(أ^{٢} + أ ب + ب^{٢})$

نشاط٣:

أكملُ تحليلَ المقادير الجبريّة الآتية:

١) $س^{٣} - ٢٧ = س^{٣} - (٣)^{٣} = (س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)$

٢) $أ^{٣} - ١٢٥ = أ^{٣} - (٠٠٠٠)^{٣} = (أ - ٥)(أ^{٢} + ٥أ + ٠٠٠٠)$

٣) $٨ - ٦٤س^{٣} = (٢)^{٣} - (٤س)^{٣} = (٠٠٠٠ - ٤س)(٤ + ٨س + ٠٠٠٠)$

٤) $١٢٥س^{٣} - ٨ص^{٣} = (٥س)^{٣} - (٢ص)^{٣}$

$= (٥س - ٠٠٠٠)(٢٥س^{٢} + ١٠س ص + ٤ص^{٢})$

٥) $٨أ^{٣} - ٣٤٣ = (٢أ)^{٣} - (٧)^{٣} = (٢أ - ٧)(٤أ^{٢} + ١٤أ + ٠٠٠٠)$

نشاط٤:

يضمُّ مصنعٌ للزّيوت خزّانَ زيتٍ مكعّبَ الشّكل، مملوءاً بالزّيت، طولُ حرفه ٢م، فإذا تمّ تعبئةُ ٢٧ عبوّة مكعّبة من الخزّان، طولُ حرف كلٍّ منها ٣٠سم ، أجد كميّةَ الزّيتِ المتبقيّة في الخزّان، باستخدام تحليل الفرق بين مكعّبين.

حجم الخزّان = (طول ضلع الخزّان)^{٣} = $(٠٠٠)^{٣}$

حجم العبوّة = (طول الضلع)^{٣} = $(٠,٣)^{٣}$

كميّة الزّيت المتبقيّة في الخزّان = حجم الخزّان – حجم العبوّات ال ٢٧

$= ٠٠٠ - ٢٧ \times (٠,٣)^{٣}$

$= (٢)^{٣} - (٣)^{٣}(٠,٣)^{٣}$

$= (٢)^{٣} - (٠,٩)^{٣}$ (لماذا؟) *

$= (٢ - ٠,٩)(٤ + ٢ \times ٠,٩ + ٠,٨١)$

ومنها: كميّة الزّيت المتبقية في الخزّان = $(١,١)(٤ + ١,٨ + ٠,٨١)$

$= (١,١)(٦,٦١) = ٠٠٠٠م^{٣}$

* $(س ص)^{ن} = س^{ن} ص^{ن}$

تمارين ومسائل:

١) أكتبُ كلًّا من الآتية في أبسط صورة:

أ) (٣س − ١)(٩س^{٢} + ٣س + ١)

ب) (ل − $\frac{١}{٤}$)(ل^{٢} + $\frac{١}{٤}$ ل + $\frac{١}{١٦}$)

جـ) (ن^{٢} − ١)(ن^{٤} + ن^{٢} + ١)

٢) أحلّل المقادير الآتية إلى عواملها الأوليّة:

أ) س^{٣} − ٦٤

ب) ٢١٦س^{٣} − ٨

جـ) $\frac{٢٧}{١٢٥}$ − س^{٣}

د) ٢ل^{٣} − ١٦

٣) أستخدم تحليل الفرق بين مكعّبين في إيجاد قيمة كلٍّ من الآتية:

أ) (٧ − ٥)(٧^{٢} + ٧ × ٥ + ٥^{٢})

ب) ($\frac{٢}{٣}$ − $\frac{٥}{٦}$) (($\frac{٢}{٣}$)^{٢} + $\frac{٢}{٣}$ × $\frac{٥}{٦}$ + ($\frac{٥}{٦}$)^{٢})

جـ) (٢٠ − ١٧)(٢٠^{٢} + ٢٠ × ١٧ + ١٧^{٢})

٤) إذا كان س = ص + ٤، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٤٩، فما قيمة س^{٣} − ص^{٣} ؟

٥) تشتهر قباطية بمقالع الحجر (المحاجر) ومناشير قص الحجر، يريد صاحب منشار القصّ من قطعة صخر مكعّبة الشّكل طول ضلعها ١,٨م لإنتاج ٦٤ قطعة حجر مكعّبة الشّكل طول حرف كل منها ٤٠سم، أجد بطريقتين الحجم المتبقي من قطعة الصّخرة بعد إنتاج القطع المشار إليها.

٢-٥ تحليل مجموع مكعّبيْن

نشاط١:

تشتهرُ مدينةُ نابُلْسَ بصناعة الصّابون منذ ما يزيد عن ألف عام، يقوم مصنعٌ بصناعة الصّابون في قالبين مكعبين، طولُ حرف الأول ٤سم، وطول حرف الثّاني ٢سم ، فإذا أراد المصنعُ تصميمَ قالبٍ جديدٍ مكعّبِ الشّكل، حجمه يساوي مجموع حجمي قالبيْن قديميْن مختلفين، ما حجم هذا القالب؟

حجم القالب الجديد = $(٤)^{٣} + (٢)^{٣} = ٦٤ +$ ..... = ... سم^{٣} ، وهل يمكن حسابُ حجمِ هذا القالب بطريقة أخرى؟

نشاط٢:

أكمل تحليل المقدار: " $أ^{٣} + ب^{٣}$ " ، باستخدام قانون الفرق بين مكعّبين:

أكتب المقدار $أ^{٣} + ب^{٣}$ على الصّورة: $أ^{٣} - (-ب)^{٣}$

$أ^{٣} - (-ب)^{٣} = (... - (-ب))(أ^{٢} + (أ) (-ب) + (-ب)^{٢})$

$= (أ + ب)(أ^{٢} - ..... + ب^{٢})$

أتعلّم: يُسمّى المقدار الجبري $أ^{٣} + ب^{٣}$ مجموعَ مكعّبيْن، ويتم تحليلُه وفقاً للقاعدة: $أ^{٣} + ب^{٣} = (أ + ب) (أ^{٢} - أ ب + ب^{٢})$.

نشاط٣:

أكملُ تحليلَ المقادير الجبريّة الآتية:

أ) $ص^{٣} + ٦٤ = ص^{٣} + (٤)^{٣} = (ص + ٤)(ص^{٢} - ٤ص + ١٦)$

ب) $م^{٣} + ٨ = م^{٣} + (٢)^{٣} = (م + ...)(م^{٢} - ٢م + ...)$

جـ) $٨أ^{٣} + ٣٤٣ = (٢أ)^{٣} + (٧)^{٣} = (٢أ + ٧)(..... - ١٤أ + ...)$

د) $س^{٣} + ١ = (س + ...)(س^{٢} - ..... + ...)$

نشاط ٤ :

خزّان ماء إسمنتي على شكل متوازي مستطيلات، عرضُ قاعدتِه (س + ص) متر، وارتفاعُ الماءِ فيه ١م، يُراد ضخُّ كامل الماء الموجود فيه لملء خزّانيْن مكعّبيّ الشّكل، طول حرف الأوّل س متر، وطولُ حرف الثاني ص متر. أجدُ المقدار الجبريّ الذي يمثّل طولَ قاعدةِ الخزّان الإسمنتي بدلالة س، ص.

حجم الماء في الخزّانين المكعّبين = $س^{٣} + ص^{٣}$ (لماذا؟)

حجم الماء في الخزّان الإسمنتي = مساحة القاعدة × الارتفاع

= طول القاعدة × عرضها × الارتفاع

= طول القاعدة × (س + ص) (١)

حجم الماء في الخزّانين المكعّبين = حجم الماء في الخزّان الإسمنتي

$س^{٣} + ص^{٣}$ = (س + ص) × طول القاعدة

(س + ص)($س^{٢}$ − س ص + ٠٠٠٠) = (س + ص) × طول القاعدة

أقسمُ الطرفين على ٠٠٠٠

ومنها: المقدار الجبري الذي يعبر عن طول قاعدة الخزّان الإسمنتي = ($س^{٢}$ − س ص + ٠٠٠)

تمارين ومسائل:

١) أحلل المقادير الآتية إلى عواملها الأولية:

أ) $ع^{٣} + ١$

ب) $٢٧ + ٦٤ك^{٣}$

جـ) $\frac{٢١٦}{ب^{٣}} + ١$

د) $٣ع^{٣} + ١٩٢$

٢) أجد بطريقتين قيمة كل من الآتي:

أ) $(\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣})(\frac{١}{٤} - \frac{١}{٦} + \frac{١}{٩})$

ب) $(\frac{١}{٢})^{٣} + (\frac{٣}{٤})^{٣}$

٣) إذا كان س ص = -٢، س+ ص = ١، أحسب قيمة $س^{٣} + ص^{٣}$.

٤) أكتب المقدار الآتي بأبسط صورة: $س^{٣} - ص^{٣} - س^{٢} + ص^{٢}$.

٥) تخطّط مديرة مدرسة لاستبدال خزّاني مياه مكعّبي الشّكل طول ضلع الأول ١,٥م، وطول ضلع الثاني ١م؛ بخزّان يتسع لمقدار ما يتسع له الخزّانان معاً من الماء. أجد بطريقتين حجم هذا الخزّان.

الاختبار الذاتي

السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١) ما تحليل المقدار الجبري : ٢٥س^{٢} +٢٠س ص+٤ص^{٢}؟

أ) (٥س-٢ص)^{٢} ب) (٥س+٢ص)^{٢} ج) (٥س+٤ص)^{٢} د) (٥س-٤ص)^{٢}

٢) ما المقدار الذي إذا ضُرب في (٣- ٥س) كان الناتج: ٣ ^{٢} – (٥س)^{٢}؟

أ) (٣ +٥س) ب) (٣-٥س) ج) ٩- ٢٥س د) ٩ +٢٥س

٣) ما أبسط صورة للمقدار: (٣س+٢) (٩س^{٢} -٦س +٤)؟

أ) ٩س^{٣} - ٨ ب) ٣س^{٣} + ٦٤ ج) ٢٧س^{٣} + ٤ د) ٢٧س^{٣} + ٨

٤) ما قيمة م التي تجعل المقدار: (س – ٢م) (س^{٢} +٨س +٦٤) فرقاً بين مكعّبين ؟

أ) -٤ ب) ٢ ج) ٤ د) ٨

٥) إذا كان: س^{٢} + ٨س + ١٥ = (س + أ) (س + ب)، فما قيمة: أ + ب؟

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٥ د) ٨

السؤال الثاني:

جِد قيمة ك التي تجعل التحليل الآتي صحيحاً: ٦س^{٢} + ك س-٤ = (٣س-٤) (٢س+١)؟

السؤال الثالث: حلّل المقدار الآتي إلى عوامله الأولية: ١٠س^{٣} ص^{٤} +٥ س^{٢} +٤ س ص^{٥} +٢ ص؟

السؤال الرابع: إذا كان (س ص) = ١٢، س^{٢} + ص^{٢} = ٨٠، جِد:

أ) (س + ص)^{٢}

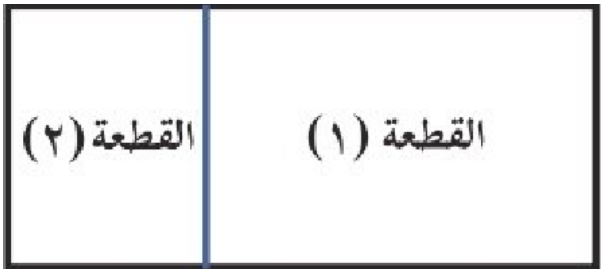
ب) (س - ص)^{٢}

السؤال الخامس: خزّان مكعّب الشّكل طول حرفه ٣م، إذا تم تعبئة ٢٧ زجاجة مكعّبة من الخزّان طول حرف كل منها ٤٠ سم ، ما حجم الماء المتبقي في الخزّان؟

السؤال السادس: صممت شركة لوحة إعلانية مستطيلة الشّكل مساحتها (٥س^{٢} +١٣س-٦) م^{٢}

أ) عبّر عن أبعاد اللوحة بمقادير جبرية.

ب) أبيّن أنّ قيمة س = ٣ علماً بأنّ محيط اللوحة = ٣٨ وحدة.



السؤال السابع: يمتلك مزارع قطعة أرض كبيرة ، اختار جزءاً مستطيل الشّكل منها، ليزرعه بأصناف متنوّعة من الخضروات، حيث قسّم الأرض التي اختارها الى قطعتين، كما في الشّكل المجاور، فزرع القطعة (١) التي مساحتها (٨س^{٢} + ٤س -٤) متراً مربّعاً، حيث س> ٢ بمحصول البندورة، أما القطعة (٢) وهي مستطيلة الشّكل مجاورة للقطعة (١)، فقسّمها إلى مربعين متساويين في المساحة، وزرع إحداهما بمحصول الكوسا، والأخرى بمحصول الخيار.

١- ما مساحة المنطقة المخصصة لزراعة الخيار؟ (لاحظ أنّ هناك حالتين لاختيار القطعة (٢)).

٢- إذا كانت س = ١٠، فما مساحة الأرض المزروعة بكلّ الأصناف؟

أقيم ذاتي: أكمل الجدول الآتي:

المهارة	مرتفع	متوسط	دون المتوسط
إجراء العمليّات الحسابيّة على المقادير الجبريّة.			
تحليل المقادير الجبريّة، بإخراج العامل المشترك.			
تحليل العبارة التَّربيعيّة بعدّة طرق.			
حلّ مشكلات حياتيّة، باستخدام الجبر.			

مشروع الوحدة: تصميم حديقة مدرسية باستخدام المقادير الجبرية

الكفايات المستهدفة في هذا المشروع:

١- فهم المسألة والمثابرة في حلها .
٢- الاستخدام الاستراتيجي للأدوات والتكنولوجيا.
٣- بناء الحجج ونقدها.
٤- تعميم الأنماط والاستدلال المتكرر.
٥- اتخاذ القرار الرياضي المسؤول.

تُسهم المساحات الخضراء في توفير بيئة مدرسية صحية وجاذبة، وتعزز الصحة النفسية والتعلّم لدى الطلبة. وفي هذا المشروع ستتعاون مجموعات الطلبة على تصميم حديقة مدرسية مستطيلة الشكل، وتقسيمها إلى أحواض للزهور وأخرى للأشجار وممرات، ثم توظيف المقادير الجبرية لتمثيل أبعاد الحديقة وأقسامها وحساب مساحاتها.

ترغب إدارة المدرسة في إنشاء حديقة مدرسية مستطيلة الشكل، بحيث يكون عرضها (س) مترًا، ويزيد طولها عن عرضها بمقدار ثابت. ويُطلب من فريق التصميم إعداد مخطط للحديقة يوضح توزيع أحواض الزهور والأشجار والممرات، مع التعبير عن أبعادها ومساحاتها باستخدام المقادير الجبرية.

المطلوب:

- اكتب مقدارًا جبريًا يمثل طول الحديقة بدلالة عرضها.
- صمّم مخططًا هندسيًا مناسبًا للحديقة يبيّن توزيع أحواض الزهور والأشجار والممرات مع توضيح أبعاد كل قسم.
- اكتب المقادير الجبرية التي تمثل مساحة كل قسم من أقسام الحديقة.
- أوجد المقدار الجبري الذي يمثل المساحة الكلية للحديقة.
- أوجد مجموع مساحات جميع الأقسام، ثم تحقق من أنه يساوي المساحة الكلية للحديقة.
- فسّر كيف ساعدت المقادير الجبرية في تصميم الحديقة وتنظيم مساحاتها.

روابط الكترونية:	http://www.mathsisfun.com/algebra/factoring.html

الهندسة

الوحدة
٣



تمتاز العمارةُ في القدس (عاصمة فلسطين) بملامحَ فنيّةٍ خاصّة، أتأمّلُ الصّورة، وأبحث عن التّشابه بين الأشكال والمجسّمات الواردة في الصّورة.

الكفايات المستهدفة في هذه الوحدة هي :

١- فهم المسألة والمثابرة على حلها.

٢- بناء الحجج ونقدها.

٣- توظيف الأدوات بذكاء.

٤- النّمذجة الرّياضية.

٥- الدّقّة الرّياضية.

يتوقع من الطلبة بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف هندسة المثلثات في الحيّاة العمليّة من خلال الآتي:

١- التعرّف إلى نظريّة فيثاغورس، والتعبير عنها جبريّاً وهندسيّاً.

٢- توظيف نظريّة فيثاغورس وعكسها في حلّ مشكلاتٍ حياتيّة.

٣- التعرّف إلى مفهوم المثلّثات المتطابقة.

٤- التعرّف إلى حالات تطابُق المثلثات.

٥- التعرّف إلى مفهوم المثلّثات المتشابهة.

٦- التعرّف إلى حالات تشابه المثلّثات.

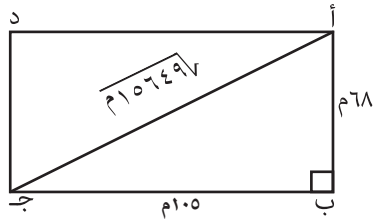
٧- توظيف تطابق المثلّثات، وتشابه المثلثات في حلّ مشكلاتٍ حياتيّة.

١-٣ نظريّة فيثاغورس

نشاط ١:



يُعدُّ ملعبُ بلديةِ نابُلسَ أوّلَ (استاد) كرةِ قدمٍ أُقيم في فلسطينَ عام ١٩٥٠م، وقد أُعيدَ تأهيلُه عام ٢٠٠٩م؛ حيث أصبح طولُه ١٠٥م، وعرضُه ٦٨م، وقُطرُه $\sqrt{١٥٦٤٩}$م، فما العلاقة بين هذه الأبعاد؟



أرسمُ رسماً توضيحيّاً، كما في الشّكل المجاور:

مربع الوتر أ جـ = (أ جـ)^{٢} = ٠٠٠٠م^{٢}

= ١٥٦٤٩م^{٢}

مربع ضلع القائمة أ ب = (أ ب)^{٢} = (٦٨)^{٢}

= ٤٦٢٤م^{٢}

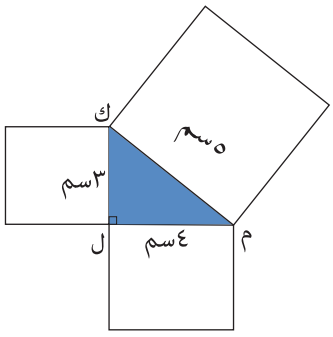
مربع ضلع القائمة ب جـ = (ب جـ)^{٢} = (١٠٥)^{٢}

= ٠٠٠٠م^{٢}

(أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠ = ١٥٦٤٩م^{٢} وهو مربّع الوتر أجـ.

فهل هناك علاقةٌ تربط طول الوتر بأطوال ضلعيّ الزّاوية القائمة في أيّ مثلثٍ قائم الزّاوية؟

نشاط ٢:



أَرسم المثلث ك ل م، كما في الشّكل المجاور، بحيث:

ل ك = ٣سم، ل م = ٤سم، م ك = ٥سم، ثم أُكمل:

مِساحة المربع المُنشأ على الوتر ك م = ٥ × ٥ = ٠٠٠سم^{٢}

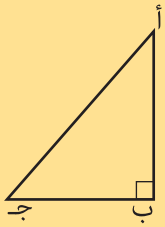
مِساحة المربع المُنشأ على ضلع القائمة ل ك = ٣ × ٣ = ٩سم^{٢}

مِساحة المربع المُنشأ على ضلع القائمة ل م = ٤ × ٤ = ٠٠٠سم^{٢}.

مجموع مساحتيّ المربّعيْن المنشأيْن على ضلعيّ الزّاوية القائمة = ٩ + ١٦ = ٢٥.

ألاحظ أن: .....

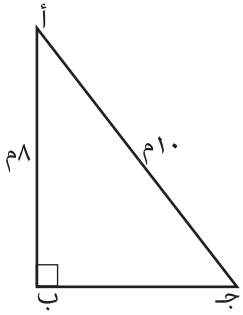
نظريّة فيثاغورس: في المثلّث القائم الزّاوية تكون مِساحةُ المربّع المُنشأ على الوتر تساوي مجموع مساحتيّ المربّعيْن المُنشأيْن على ضلعيّ الزّاوية القائمة؛ أيّ أنّ: $(أ\ جـ)^2 = (أ\ ب)^2 + (ب\ جـ)^2$



نشاط٣:

يستخدم ضبّاط الدّفاع المدني أدوات مختلفة في إنجاز مهماتهم،وأثناء تنفيذ إحدى المهمات اضطرّ ضابط لوضع سلم طوله ١٠م على أرض مستوية بحيث يلامس أعلى السّلم قمة بناية ارتفاعها ٨م، ما البعد بين الطرف السفلي للسلم وأسفل البناية.

أرسم رسماً توضيحيّاً، كما في الشّكل المجاور:



$(أ\ جـ)^2 = (أ\ ب)^2 + (ب\ جـ)^2$

$(١٠)^2 = (٨)^2 + (ب\ جـ)^2$

$١٠٠ = ٦٤ + (ب\ جـ)^2$

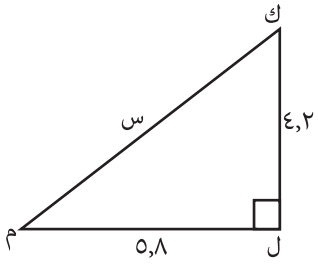
$(ب\ جـ)^2 = ١٠٠ - ٦٤$

$(ب\ جـ)^2 = ٣٦$ ، ومنها $(ب\ جـ) = ...$

بعد السّلم عن أسفل البناية = ...م

نشاط٤:

أُكملُ إيجادَ أطوالِ أضلاعِ المثلّثات الآتية:

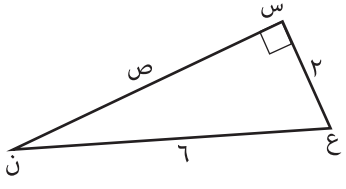


أ) $(ك\ م)^2 = (ك\ ل)^2 + (ل\ م)^2$

$س^2 = (٤,٢)^2 + ...$

$س^2 = ... + ٣٣,٦٤$

$س^2 = ٥١,٢٨$ ومنها س = $\sqrt{٥١,٢٨}$ وحدة طول



ب) $(ع\ ن)^2 = (س\ ع)^2 + (س\ ن)^2$

$.... = (٢)^2 + (ص)^2$

$٣٦ - .... = ص^2$ ومنها $ص^2 = ٣٢$

أيّ أنّ: ص = $\sqrt{٣٢}$ وحدة طول



نشاط ٥:

تريد بلدية نابلس تعبيد ممر مشاة قُطري يخترق حديقة مستطيلة الشّكل بدلاً من الرصيفين المتعامدين حولها، لتوفير المسافة على المشاة.

طول الحديقة = ٢٤م، وعرضها = ١٨م.

أكمل:

• طول الرصيفين معاً (الطريق الحالي) = ٢٤ + ١٨ = ... م

• طول الممر القطري المقترح (باستخدام نظرية فيثاغورس) = ... م

• المسافة الموفَّرة على كل شخص= .... م

ناقش مع مجموعتك:

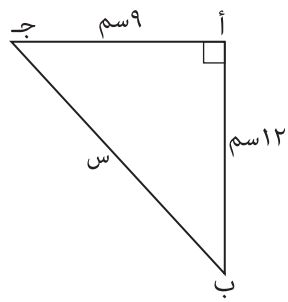
• هل يستحق الفارق في المسافة تعبيد ممر جديد؟ برّر إجابتك بالأرقام.

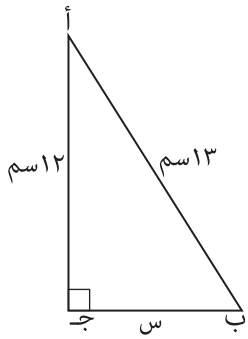
• لو أرادت البلدية اختيار حديقة أخرى أبعادها مختلفة، كيف تقرر أيّ الحدائق «يستحق» فيها بناء ممر قُطري وأيّها لا؟

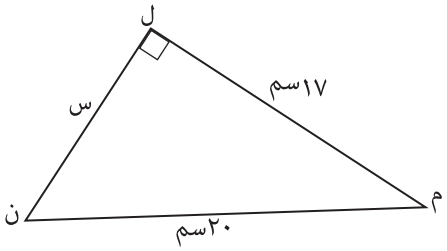
• تحقّق من حسابك باستخدام GeoGebra: ارسم المستطيل وقِس القطر مباشرة، وقارن الناتج بما توصلت إليه حسابياً.

تمارين ومسائل:

١) أجدُ قيمةَ س في كل من المثلّثات القائمة الآتية:

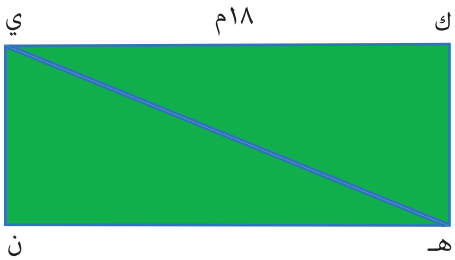




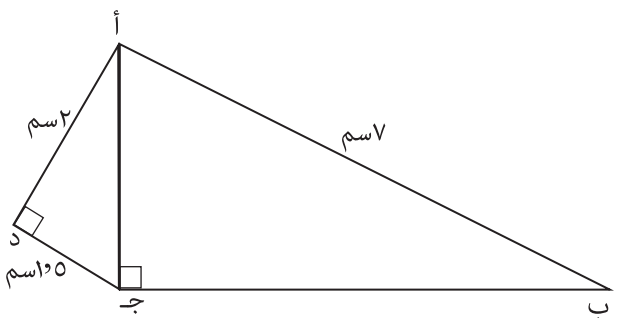


٢) أحسبُ محيط المثلث أ ب جـ القائم الزّاوية في ب، الذي فيه:
أ ب = ١٥سم، أ جـ = ٢٥سم

٣) يوضّح الشّكل المجاور مخطط حديقةً مستطيلةَ الشّكل، طولها ١٨م، ومساحتها ٢١٦م^{٢}، فما طول قُطرِها؟

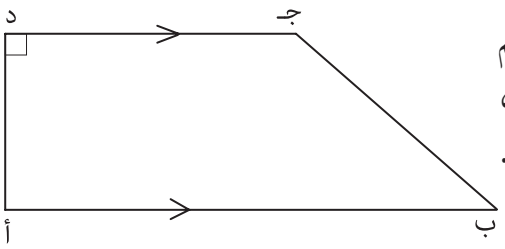


٤) معتمداً على الشّكل المجاور، أجد: ب جـ.



٥) ما طول القطر في مربّعٍ طولُ ضلعِه ٩سم؟

٦) يبيّن الشّكل المجاور شبه المنحرف أ ب جـ د القائم الزّاوية في د، الذي فيه: أ ب = ٥سم، أ د = ٢سم، جـ د = ٣سم. أحسبُ طول كلٍّ من: أ جـ، ب د، ب جـ.



(رسم توضيحي وليس على القياس)

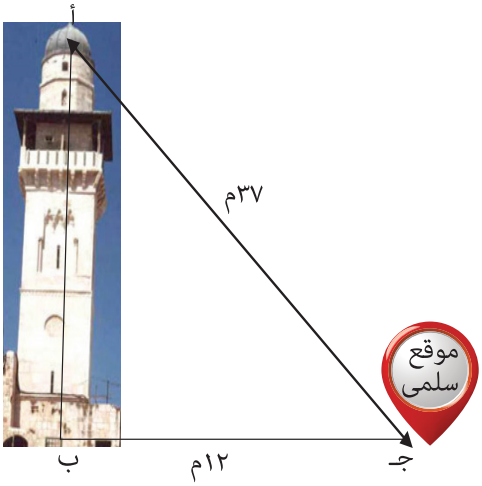
٧) تم توصيل نقطة تقع على قمة عمود كهرباء ترتفع ٧م عن سطح الأرض بسلكٍ كهربائيّ مشدود إلى سطح منزل، ارتفاعه ٣م عن سطح الأرض، فإذا كانت نقطة تثبيت السّلك بقمة المنزل تبعد ٣م عن عمود الكهرباء، فما طول هذا السّلك؟

٨) تُركّب شركة اتصالات هوائياً (راوتر) على قمة عمود ارتفاعه ٨م لتغطية إحدى الساحات العامة، وتضمن الشركة أنّ مدى تغطية الإشارة (المسافة من الهوائي إلى أبعد نقطة تصل إليها الإشارة) لا يتجاوز ١٧م.
إذا أراد فني الصيانة التأكد من أنّ جهاز استقبال موضوع على مسافة أفقية ١٥م من قاعدة العمود لا يزال ضمن نطاق التغطية:
أحسب المسافة الفعلية بين الهوائي وجهاز الاستقبال، وحدد هل الجهاز داخل نطاق التغطية أم خارجه، مبرراً إجابتك بالأرقام.

٣-٢ عكس نظريّة فيثاغورس

نشاط ١:

تقعُ مئذنةُ بابِ السّلسلةِ فوق الرّواقِ الغربيّ للمسجد الأقصى المبارك، وتُشرفُ على حائط البراق، ويبلغ ارتفاعُها ٣٥ متراً، وقفت سلمى على بعد ١٢متراً من قاعدةِ المئذنة، فكانت المسافةُ بين موقع سلمى وقمّةِ المئذنة ٣٧ متراً كما في الرسم التوضيحي المجاور، فهل يُحقّقُ المثلث أ ب جـ نظريّة فيثاغورس؟



مِساحة المربّع المُنشأ على الضلع أ جـ = (أ جـ)^{٢}

ومنها: (أ جـ)^{٢} = ٠٠٠٠ = ١٣٦٩م^{٢} (لماذا؟)

مِساحة المربّع المُنشأ على الضلع أ ب = (أ ب)^{٢}

ومنها: (أ ب)^{٢} = (٣٥)^{٢} = ١٠٠٠م^{٢}

مِساحة المربع المُنشأ على الضلع ب جـ = (ب جـ)^{٢}

ومنها: (ب جـ)^{٢} = (١٢)^{٢} = ١٠٠٠م^{٢}

(أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = ١٢٢٥ + ١٤٤ = ١٣٦٩م^{٢}،

ألاحظ أنّ: (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

أيّ أنّ: المثلث أ ب جـ يحقّقُ نظريّة فيثاغورس، فهل يكون هذا المثلث قائماً؟

نشاط ٢:

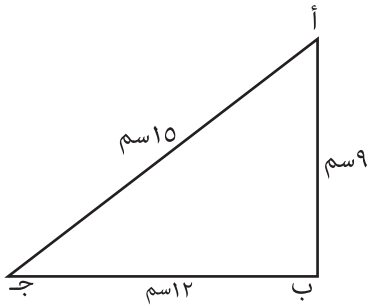
أتأمّل المثلثاتِ الآتية، ثم أكمل:

أ) (أ جـ)^{٢} = (١٥)^{٢} = ٢٢٥سم^{٢}

(أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (٩)^{٢} + (١٢)^{٢}

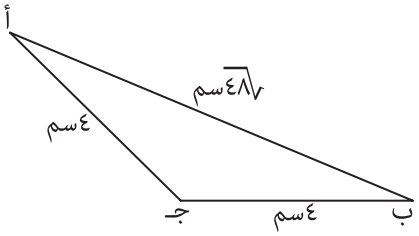
= ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠

= ٢٢٥سم^{٢}



ألاحظ أنّ: المثلث قد حقّق نظريّة فيثاغورس.

أتحقّقُ بالقياس من أنّ المثلثَ أ ب جـ قائمُ الزّاوية في ب.



ب) (أ ب)^{٢} = (٠٠٠)^{٢} = ٤٨سم^{٢}

(أ جـ)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (٤)^{٢} + ٠٠٠٠ = ٣٢سم^{٢}

ألاحظُ أنّ: (أ ب)^{٢} ≠ (أ جـ)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

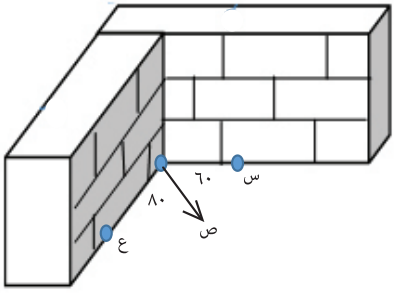
أيّ أن المثلث (أ ب جـ) لايحقق نظرية فيثاغوروس.

أتحقّق بالقياس أنّ المثلثَ أ ب جـ غيرُ قائم الزّاوية.

نظريّة: إذا كانت مِساحةُ المربّع المُنشأ على أطولِ أضلاعِ المثلّث تساوي مجموعَ مساحتيّ المربّعيْن المُنشأيْن على الضلعيْن الآخريْن، فإنّ الزّاويةَ المقابلةَ للضّلع الأكبرِ تكون قائمةً؛أيّ أنّه: إذا كان (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

فإنّ المثلثَ أ ب جـ قائمُ الزّاوية في ب.

نشاط٣:



بنى فادي جداريْن، كما في الشّكل المجاور، كيف تساعد فادي في التحقّق من أنّ الزّاويةَ بين الجدارين قائمة؟

أقوم بتحديد النقطة (س) بحيث تبعد مسافة ٦٠سم مثلاً عن النقطة (ص).

أقوم بتحديد النقطة (ع)، بحيث تبعد مسافة ٨٠ سم مثلاً عن النقطة (ص).

أصل $\overline{س\ ع}$ ثم أجد طولها؛ معتمداً على نظريّة فيثاغورس، فإذا تحققت النظرية تكون الزّاوية بين الجدراين قائمة.

(س ع)^{٢}= (س ص)^{٢} + (ص ع)^{٢}

= (٦٠)^{٢} + (٨٠)^{٢}

= ٠٠٠٠ + ٠٠٠٠

= ١٠٠٠٠سم^{٢} ، ومنها: س ع = ١٠٠سم

أجدُ طول $\overline{س\ ع}$ بالقياس، فإذا كان س ع = ١٠٠سم، فإنّ المثلث يحقّقُ نظريّةَ فيثاغورس؛ وعندها تكون الزّاوية بين الجدارين قائمة.

نشاط ٤ :

أيّ الأطوال الآتية يمكن أنْ تشكل أطوالاً لأضلاع مثلث قائم الزّاوية:

أ) الأطوال: ١سم ، ١سم، $\sqrt{٢}$سم

$(\sqrt{٢})^{٢}$ = ٠٠٠٠سم^{٢}

$(١)^{٢} + (١)^{٢} = ١ + ١ = ٢$سم^{٢}

أيّ أنّ: $(\sqrt{٢})^{٢} = (١)^{٢} + (١)^{٢}$

ومنها الأطوال: ١سم، ١سم، $\sqrt{٢}$سم تشكّل مثلّثاً قائم الزّاوية. (لماذا؟)

ب) الأطوال: ٧٤سم، ٤٨سم، ٥٥سم.

$(٧٤)^{٢}$ = ٠٠٠٠سم^{٢}

$(٤٨)^{٢} + (٥٥)^{٢} = ٢٣٠٤ + ٠٠٠٠ = ٥٣٢٩$سم^{٢}

ألاحظ أنّ: $(٧٤)^{٢} \neq (٤٨)^{٢} + (٥٥)^{٢}$

ومنها الأطوال: ٧٤سم، ٤٨سم، ٥٥سم لا يمكن أن تشكّل مثلّثاً قائم الزّاوية. (لماذا؟)

تعريف: تُسمّى الأعدادُ الطبيعيّة التي تُحقّقُ نظريّة فيثاغورس أعداداً فيثاغوريّة.

نشاط ٥ :

أُكملُ الجدولَ الآتي:

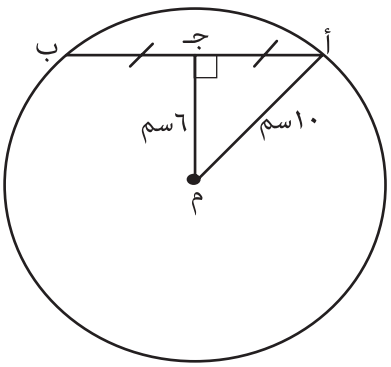
س	ص	ع	س^{٢}	ص^{٢}	ع^{٢}	س^{٢} + ص^{٢}	هل هي أعداد فيثاغورية؟
٦	٨	١٠	٣٦	٦٤	١٠٠	٣٦ + ٦٤ = ٠٠٠٠	نعم؛ لأنّ: س^{٢} + ص^{٢} = ع^{٢}
٩	١٣	٢٠		١٦٩		٠٠٠٠ + ١٦٩ = ٢٥٠	لا؛ لأن ...
١١	٦٠	٦١	١٢١			١٢١ + ٠٠٠٠ = ٣٧٢١	

تمارين ومسائل:

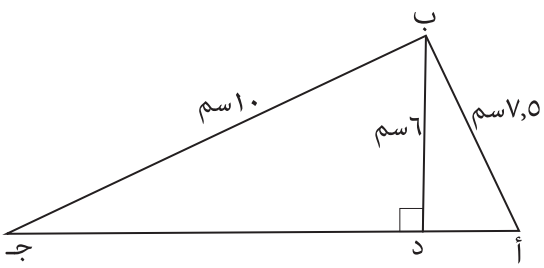
١) أُكملُ الجدول الآتي:

أطوال أضلاع المثلث بالسنتمتر	هل المثلث قائم الزّاوية؟	السبب
٩ ، ٤٠ ، ٤١		
٦ ، ٤,٨ ، ٣,٦		
٣٠ ، ١٢٤ ، ١٢٨		
٦١ ، ١١،٦٠		

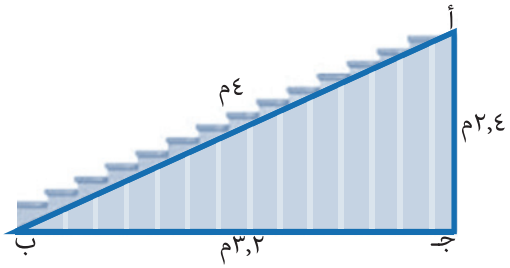
٢) يبين الشّكل المجاور دائرةٌ نصفُ قطرِها ١٠سم، $\overline{\text{أ ب}}$ وترٌ فيها، م جـ عمودي على الوتر أب، ما طول أ ب؟



٣) معتمداً على الشّكل المجاور، أبيّنُ أنّ الزّاوية أ ب جـ قائمة.



٤) الشّكل المجاور يمثّل درجاً، أبعادُه معلومة، فهل تم بناء الدرج بحيث تكون زاوية جـ قائمة.



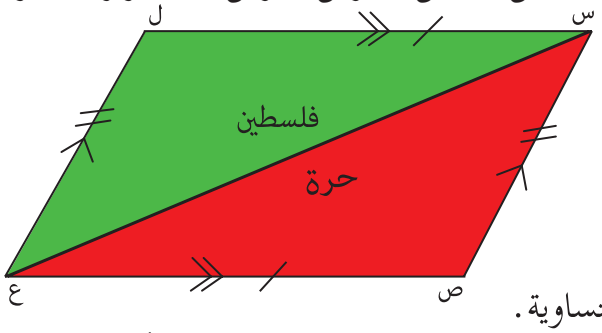
٥) أكتبُ مجموعتين من الأعداد؛ بحيث تشكّلُ كلٌّ منها أعداداً فيثاغورية.

٦) مستخدماً المتر فقط، كيف تتأكد من أن الزّاوية في ملعب كرة القدم قائمة؟

٣-٣ تطابُق المثلّثات (١)

نشاط ١:

من الحقوق الأساسية للأفراد عدم سجنهم تعسفياً. في يوم الأسير الفلسطينيّ، الذي يوافق ١٧ نيسان من كلّ عام، لوّن وسام طائرةَ صمّمها، كما في الشّكل المجاور، فما العلاقة بين المثلّثيْن الملوّنيْن باللونيْن: الأحمر والأخضر؟



في المثلثيْن: س ص ع، س ل ع:

س ع ضلعٌ مشترك.

س ل = ص ع (من خواصّ متوازي الأضلاع).

س ص = ... (لماذا؟)

ألاحظُ أنّ: أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين متساوية.

أجدُ باستخدام الأدوات الهندسيّة قياساتِ الزّوايا المتناظرة في المثلثيْن، وألاحظُ أنّ الزّوايا المتناظرة في المثلثيْن س ص ع، س ل ع متساوية.

في هذه الحالة نقول: أن المثلّثين س ص ع، س ل ع متطابقان، وتكتب بالرموز:

Δ س ص ع ≅ Δ س ل ع، وتُقرأ (المثلث س ص ع يطابق المثلث س ل ع).

أتعلّم: المثلثات المتطابقة أضلاعها المتناظرة متساوية، وقياسات زواياها المتناظرة متساوية.

نشاط ٢:

يبيّن الشّكل المجاور المثلثيْن المتطابقيْن أ ب جـ، م ل ك، أُكملُ إيجادَ:

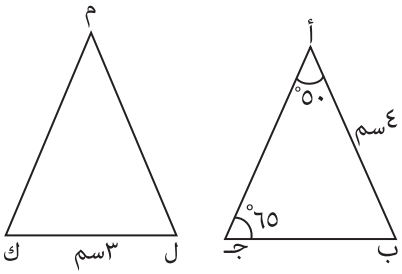
∠ ل م ك، ∠ م ل ك، م ل.

∠ ل م ك = ∠ ب أ جـ (لماذا؟)

ومنها: ∠ ل م ك = ...

∠ م ك ل = ∠ أ جـ ب = ٦٥° (لماذا؟)

م ل = أ ب ، ومنها: م ل = ... سم



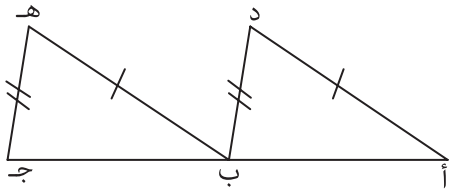
يمكن التحقُّقُ من تطابق مثلثين؛ اعتماداً على حالات تتضمّن الآتية:

الحالة الأولى: تطابُقُ مثلثيْن بثلاثة أضلاع، ويُعبَّرُ عن هذه الحالة بالرموز (ض، ض، ض).

يتطابق مثلثان إذا كانت أطوالُ الأضلاع المتناظرة في المثلثيْن متساوية.

نشاط٣:

في الشّكل المجاور، إذا كان أ د = ب هـ، ب د = جـ هـ، ب منتصف $\overline{أ جـ}$ ، أبيّن أنّ المثلثين أ د ب، ب هـ جـ متطابقان.



أ د = ب هـ (معطى)

ب د = جـ هـ (معطى)

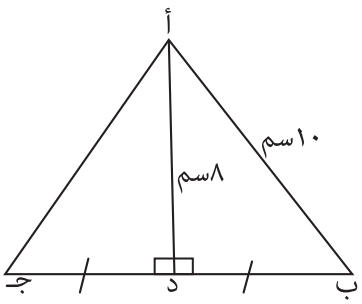
أ ب = ... (لماذا؟)

∴ يتطابق المثلثان: أ د ب، ب هـ جـ ؛ وفقاً لحالة التّطابق (ض،...،...)

نشاط٤:

أ ب جـ مثلثٌ متساوي الساقيْن، فيه الضلع أ ب = ١٠سم، أُنزل عمودٌ طوله ٨سم من الرأس أ على القاعدة ب جـ، البالغ طولُها ١٢سم، أبحث في تطابق المثلثين أ د ب، أ د جـ.

أرسم شكلاً توضيحيّاً، وأضع عليه الأبعاد، كما في الشّكل المجاور:



أ د ضلع مشترك.

ب د = د جـ = ...سم

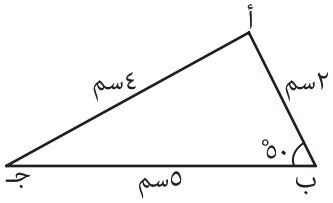
أجـ = ... = ...سم (لماذا؟)

يتطابق المثلثان: أ د ب، أ د جـ ؛ وفقاً لحالة التّطابق (ض، ض، ض)

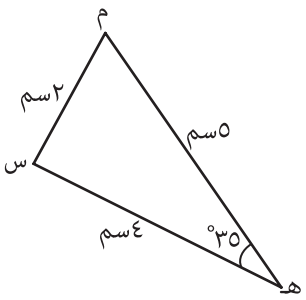
أفكّرُ: هل تساوي الزّوايا الثلاث المتناظرة في مثلثين يكفي لبيان تطابُق هذين المثلثين.

نشاط ٥:

رسمت كل من منار وساجدة الوجه العلوي لغطاء علبة حلوى مثلث الشّكل وسجلت بعض القياسات كما في التوضيح الآتي، أتأمل ثم أكمل:



(قياسات منار)



(قياسات ساجدة)

المثلّثان: أ ب جـ، س م هـ متطابقان؛ وفقاً للحالة (...، ...، ...)

أ ب = س م　　ب جـ = ...　　أ جـ = ...

ومن التّطابق ألاحظ أنّ:

∠ م = ∠ ب

ومنها: ∠ م = ٥٠°

∠ جـ = ∠ هـ

ومنها: ∠ جـ = ...

∠ أ = ١٨٠° − (٥٠° + ٣٥°) = ...

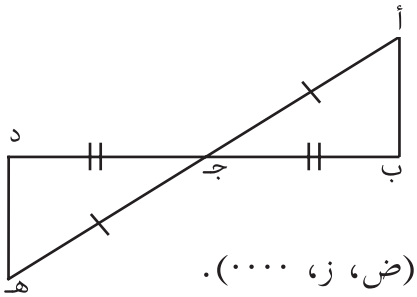
∠ س = ٩٥°　　(لماذا؟)

الحالة الثانية: تطابق مثلّثين بضلعين وزاوية محصورة، ويُعبَّرُ عن هذه الحالة بالرموز: (ض، ز، ض).

يتطابق مثلّثان إذا تساوى طولا ضلعيْن في كل منهما، وتساوي قياسُ الزّاوية المحصورة بين هذين الضلعيْن في كلٍّ منهما.

نشاط ٦:

أتأمّل الشّكل الآتي، ثم أبحث في تطابق المثلّثين: أ ب جـ، هـ د جـ.



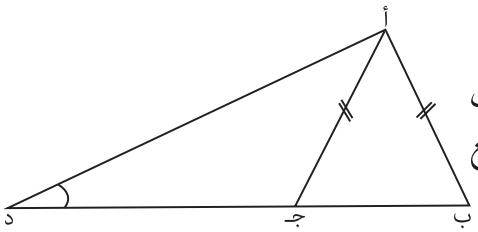
أ جـ = جـ هـ　　(لماذا؟)

ب جـ = ...

∠ د جـ هـ = ∠ ب جـ أ　　(لماذا؟)

∴ يتطابق المثلثان: أ ب جـ، هـ د جـ ؛ وفقاً لحالة التّطابق الثانية (ض، ز، ....).

نشاط٧:



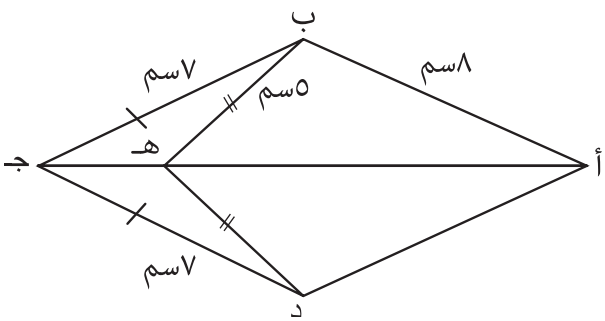
قام منجد برسم كما في الشّكل المجاور، وقال أنَّ المثلثين أ جـ د، أ ب د غير متطابقين، فهل تتعارض إجابة منجد مع حالة التّطابق الثانية؟ أوضح إجابتي.

أ ب = ... ، أد ضلع مشترك ، ∠ د مشتركة بين المثلثين.

ألاحظ أنه بالرغم من وجود زوج من الأضلاع المتساوية وزاوية مشتركة بين المثلثين، إلّا أن هذه الزّاوية غير محصورة بين زوجي الأضلاع المتساوية في هذين المثلثين.

أيّ أنّ إجابة منجد لا تتعارض مع حالة التّطابق الثانية.

نشاط٨:



في الشّكل المجاور، إذا كان أ ب = ٨سم،

ب هـ = ٥سم، ب جـ = ٧سم، د جـ = ٧سم،

أجد: أ د، وأُوضّحُ السبب.

لإيجاد طول الضلع أ د نبحث في تطابق المثلثين أ ب جـ، أ دجـ

ب جـ = د جـ (لماذا)

أ جـ ضلع مشترك

يتطابق المثلّثان إذا كانت ∠ ب جـ أ = ∠ أ جـ د

بما أن المثلثين ب هـ جـ، د هـ جـ متطابقان؛ لأنّ:

هـ جـ ضلعٌ مشترَك، ب جـ = ... ، ب هـ = د هـ

ومن التّطابق أستنتج أنّ: ∠ ب جـ هـ = ∠ د جـ هـ

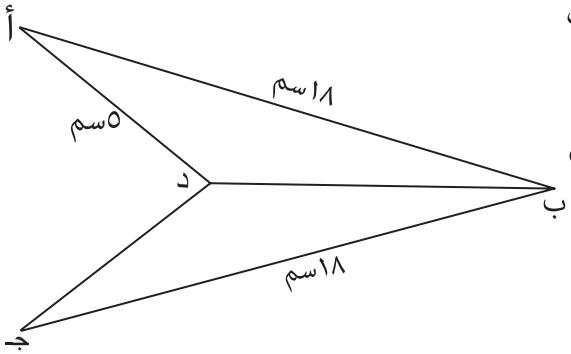
لكن ∠ ب جـ أ = ∠ ب جـ هـ ، ∠ د جـ أ = ∠ _____

∴ المثلثان أ ب جـ ، أ دجـ متطابقان بضلعيْن وزاويةٍ محصورة، ومن التّطابق أستنتج أنّ:

أ ب = أ د ، ومنها: أ د = ...سم

تمارين ومسائل:

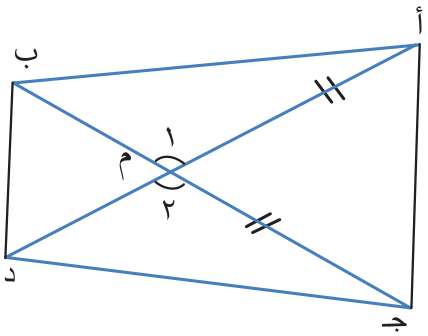
١) في الشّكل الآتي، إذا علمت أنّ $\overline{ب د}$ تُنصّفُ الزّاوية ب:



أ) أبيّن أنّ: المثلثين أ ب د، جـ ب د متطابقان، مع توضيح حالة التّطابق.

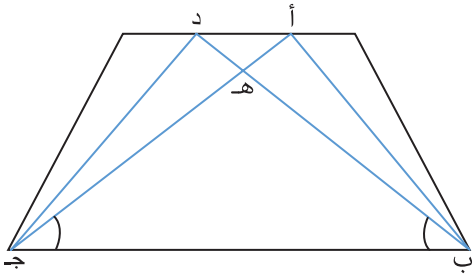
ب) أجد د جـ.

٢) صمم أدهم مخططاً لحديقة لزراعة الزهور بألوانٍ مختلفة كما في الشّكل المجاور، والذي فيه أ د = جـ ب، أبيّن أن: $\measuredangle$ أ ب جـ = $\measuredangle$ جـ د أ في هذا التصميم.

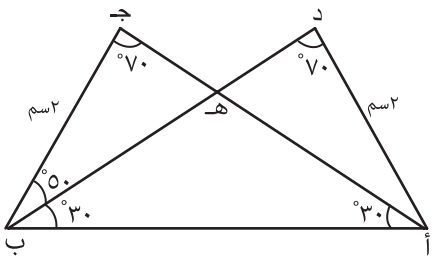


٣) في الشّكل المجاور، إذا كان أ هـ = د هـ، $\measuredangle$ هـ ب جـ = $\measuredangle$ هـ جـ ب

أبيّن أنّ: Δ أ هـ ب $\cong$ Δ د هـ جـ.



٤) أتأمل الشّكل المجاور، لأبيّن أن: المثلثين أ ب جـ ، ب أ د متطابقان.



٤-٣ تطابُق المثلّثات (٢)

نشاط ١:



قام أشبالُ وزهراتُ كشّافةِ العودة أثناءَ رحلة بِنَصْبِ مجموعةٍ من الخيام، كما في الصّورة، وأخذوا يتناقشون: هل يمكن نقلُ إطار بابِ الخيمةِ الأولى إلى إطار باب الخيمةِ الثانية، بحيث ينطبق عليه؟

س ص = هـ ي (لماذا؟)

∠ س ص ع = ∠ هـ ي و

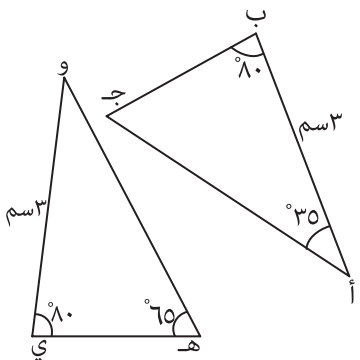
∠ ع س ص = ∠ ..... ، ومنها يمكن ....

فهل معرفة هذه العناصر تكفي للحكم على تطابق المثلّثين: ع س ص، و هـ ي ؟

الحالة الثالثة: تطابُقُ مثلثين بزاويتين وضلع، ويُعبَّرُ عن هذه الحالة بالرموز: (ز، ض، ز).

يتطابق مثلّثان إذا تساوى فيهما طولُ ضلعٍ، وقياسُ الزاويتيْن المرسومتيْن عند نهايتيّ ذلك الضلع.

نشاط ٢:



أبحث في تطابق المثلثين: أ ب جـ، و ي هـ ، معتمداً على التمثيل المجاور:

أ ب = و ي = ...

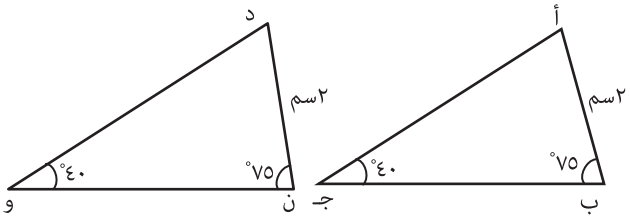
∠ ب = ∠ ي = ...

∠ و = ٣٥° (لماذا؟)

∠ و = ∠ أ = ... ولذلك يتطابق المثلثان أ ب جـ، و ي هـ؛ وفقاً للحالة (ز، ض، ز).

نشاط٣:

تتنوع مظاهر الإهتمام بالعمارة من حيث التبليط والزخرفة أراد باسل زخرفة لوحة باستخدام مثلثات متطابقة، فهل يصلح المثلثان أ ب جـ ، د ن و الموضحة في الشّكل الآتي للاستخدام في هذه الزخرفة؟



أ ب = د ن = ... سم

∠ أ = ∠ د = ... (لماذا؟)

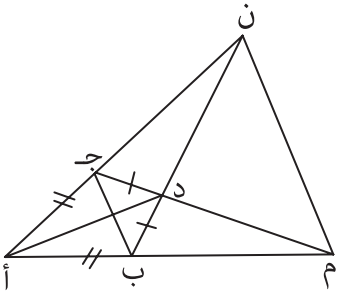
∠ ب = ∠ ن = ...

ألاحظ أن المثلثين متطابقان؛ وفقاً للحالة (...، ...، ...).

أيّ أنه يمكن لباسل استخدام هذين المثلثين في زخرفة اللوحة.

نشاط٤:

أتأمّل الشّكل المجاور، وأبيّن أنّ المثلثين ب د م، جـ د ن متطابقان.



المثلثان ب د م، جـ د ن فيهما:

ب د = جـ د (معطى)

∠ ب د م = ∠ جـ د ن (بالتقابل بالرأس)

لإثبات أن ∠ د ب م = ∠ د جـ ن ألاحظ أن

Δ أ ب د، Δ أ جـ د متطابقان؛ وفقاً للحالة (ض، ض، ض)

لأنّ: أ د ضلع مشترك، أ ب = ...، ب د = جـ د (معطى)

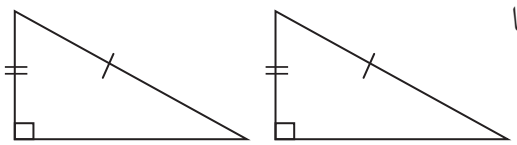
وينتج من تطابقهما أنّ: ∠ أ ب د = ∠ أ جـ د

أذن ∠ د ب م = ∠ د جـ ن (لماذا)

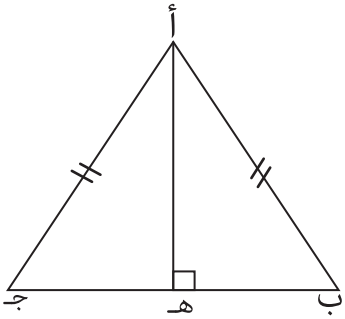
أيّ أن المثلثان ب د م، جـ د ن متطابقان؛ وفقاً للحالة (....، ....، ....).

الحالة الرابعة: تطابق مثلثين بوترٍ وضلعٍ وقائمة.

يتطابق مثلّثان قائما الزّاوية إذا تساوى طولُ ضلعٍ ووترٍ في أحدهما مع نظائرهما في المثلّث الآخر. فهل تستطيع تفسير ذلك؟



نشاط ٥:



أ ب جـ مثلث متساوي الساقين، $\overline{أ هـ}$ عمودي على $\overline{ب جـ}$.

أبحث في تطابق المثلثين أ هـ جـ، أ هـ ب.

الوتر أ ب = الوتر ..... (لماذا؟)

أ هـ ضلع .....

$\measuredangle$ ب هـ أ = $\measuredangle$ جـ هـ أ = ...

Δ أهـ جـ يطابق Δ أهـ ب؛ وفقاً لحالة التّطابق الرابعة وهي: (.....، .....، وقائمة).

نشاط ٦:

يمتاز المسجد الأقصى المبارك بزخارفه الأخاذة بأشكال هندسية مختلفة، فإذا ضمت إحدى الزخارف مثلثات متطابقة كما في الشّكل (١)، وتم اختيار مثلثين متطابقين منها كما في الشّكل (٢)، أجد الآتي:



الشكل (١)

١) مساحة المثلث أ ب جـ.

٢) محيط المثلث د هـ و.

لإيجاد مساحة المثلث أ ب جـ

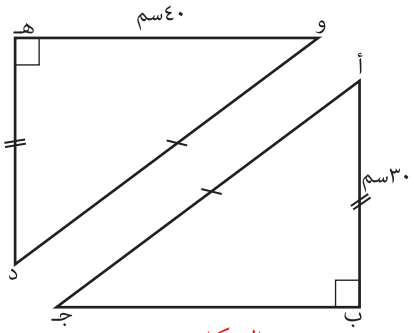
المثلثان أ ب جـ، د هـ و متطابقان وفقاً للحالة (.....، .....، .....)

ومن التّطابق ب جـ = و هـ = ... سم

مساحة المثلث أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × ٤٠ × ٣٠ (لماذا؟)

= ..... سم^{٢}



الشكل (٢)

لإيجاد محيط المثلث د هـ و :

(د و)^{٢} = (د هـ)^{٢} + (هـ و)^{٢}

(د و)^{٢} = (٣٠)^{٢} + (٤٠)^{٢}

= ٩٠٠ + ١٦٠٠ = ٢٥٠٠

ومنها د و = ... سم

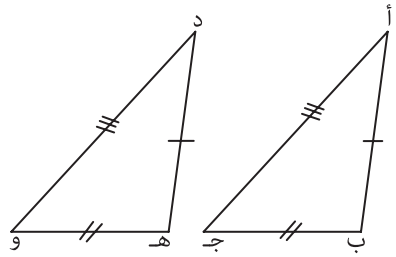
أيّ محيط المثلث د هـ و = ٣٠سم + ٤٠سم + ٥٠سم = ١٢٠سم

أناقش: محيط المثلث أ ب جـ يساوي محيط المثلث د هـ و.

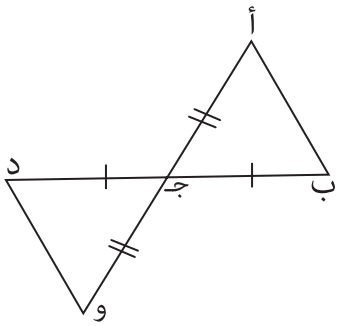
تمارين ومسائل:

١) أسمّي أزواج المثلثات المتطابقة في كلّ ممّا يأتي، وأوضّح السبب:

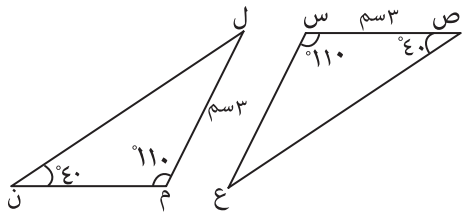
أ)



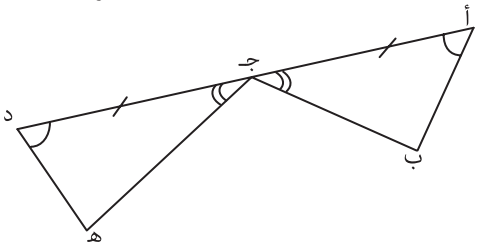
ب)



جـ)

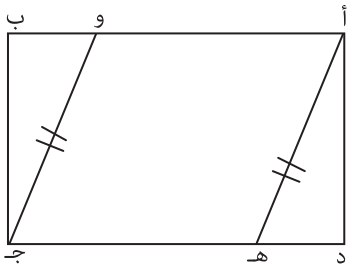


د)



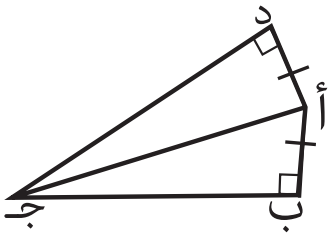
٢) في الشّكل المجاور: أ ب جـ د مستطيل، أ هـ = و جـ

أبيّن أنّ: د هـ = و ب.



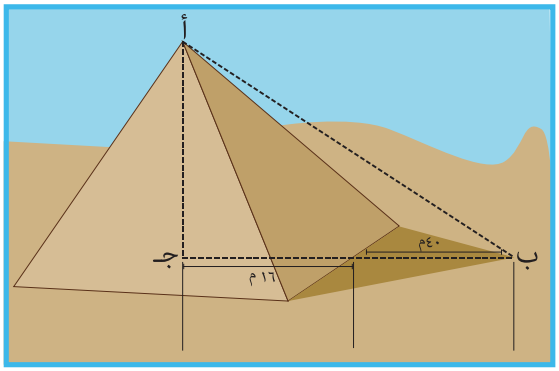
٣) رسم رامي القطع جـ د، جـ أ، جـ ب، ورسم أ ب عمود على ب جـ، أ د عمود على د جـ، أ د = أ ب،

كما في الشّكل المجاور، قال رامي أن جـ أ يُنصّف ∠ ب جـ د . كيف تتأكد من صحة ما قاله رامي؟

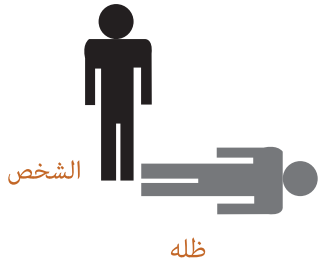


٣-٥ تشابه المثلثات

نشاط ١:



تُعدُّ الأهراماتُ من عجائب الدنيا السبع، وأوّل من قاس ارتفاعَ الأهرامات قديماً الفيلسوف الإغريقي طاليس، فقد اعتمد على قياسِ طولِ ظلّهِ، وقارنَه بطول ظلّ الهرم في الوقت نفسه. فكيف يمكن توظيفُ فكرةِ طاليس لقياس ارتفاع الهرم، إذا بلغ طول شخص ١,٨م، وطول ظلّه ١,٩٢م، في الوقت الذي يكون فيه طول ظل ارتفاع الهرم ٤٠م؟ علماً بأن البعد بين مركز الهرم وحافته ١١٦م كما في الشّكل المجاور.



تقوم فكرة طاليس على اعتبار أن:

$$\frac{\text{ب جـ}}{\text{طول ظل الشخص}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{طول الشخص}}$$

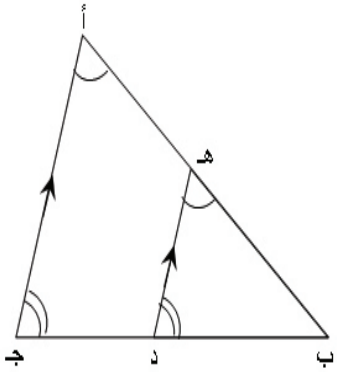
$$\frac{١٥٦}{١,٩٢} = \frac{\text{أ جـ}}{١,٨} \quad \text{(لماذا؟)}$$

١٥٦ × ١,٨ = ١,٩٢ × أ جـ

ومنها: ينتجُ أنّ ارتفاعَ الهرم = ٠٠٠٠متراً.

اعتمد طاليس على تشابُه المثلّثات في إيجاد ارتفاع الأهرامات، فما تعريف تشابه مثلثين؟

نشاط ٢:



أتأمّل الشّكل المجاور، وأكمل:

١) الزّاوية ب مشتركة بين المثلثين أ ب جـ ، ٠٠٠٠٠

٢) ∠ أ جـ د = ∠ هـ د ب (لماذا؟)

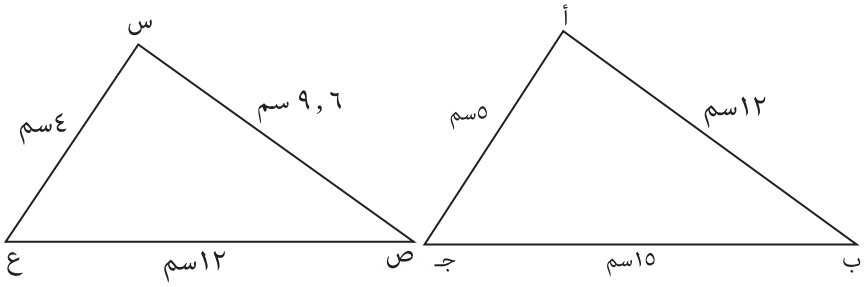
٣) ∠ ب هـ د = ∠ ب أ جـ (لماذا؟)

أيّ أنّ: الزّوايا الثلاث المتناظرة متساوية؛ ولذا يقال: أنّ المثلثين هـ ب د ، أ ب جـ متشابهان، وتُكتب بالرموز: Δ هـ ب د ≈ Δ أ ب جـ، وتُقرأ (Δ هـ ب د يشابه Δ أ ب جـ).

أتعلّم: يتشابه مثلّثان إذا تساوت قياسات الزّوايا المتناظرة في المثلّثين، ويرمز للتشابه بالرمز (≈).

نشاط٣:

أتأمّل المثلّثين في الشّكل المجاور، وأكمل:



$$\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{١٢}{٩,٦} = \frac{٥}{٤}$$

$$\frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{١٥}{١٢} = \ldots$$

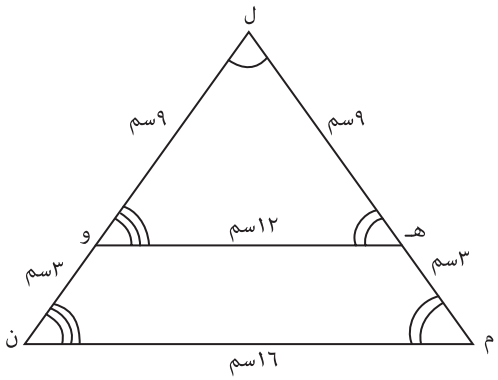
$$\frac{\text{أ جـ}}{\text{س ع}} = \frac{٥}{\ldots}$$

ألاحظ أنّ الأضلاع المتناظرة متناسبة (المثلث أ ب جـ تكبير للمثلث س ص ع).

أتعلّمُ: يتشابه مثلثان إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما متناسبة.

نشاط٤:

أتأمّل الشّكل المجاور، وأكمل:



ألاحظ أنّ: ∠ م = ∠ هـ (لماذا؟)

∠ ن = ∠ و (لماذا؟)

∠ ل مشتركة

وبما أنّ قياسات الزّوايا المتناظرة في المثلثين متساوية، فإنّ المثلثين ....

$$\frac{\text{ل م}}{\text{ل هـ}} = \frac{١٢}{٩} = \frac{\cdots}{\cdots}$$

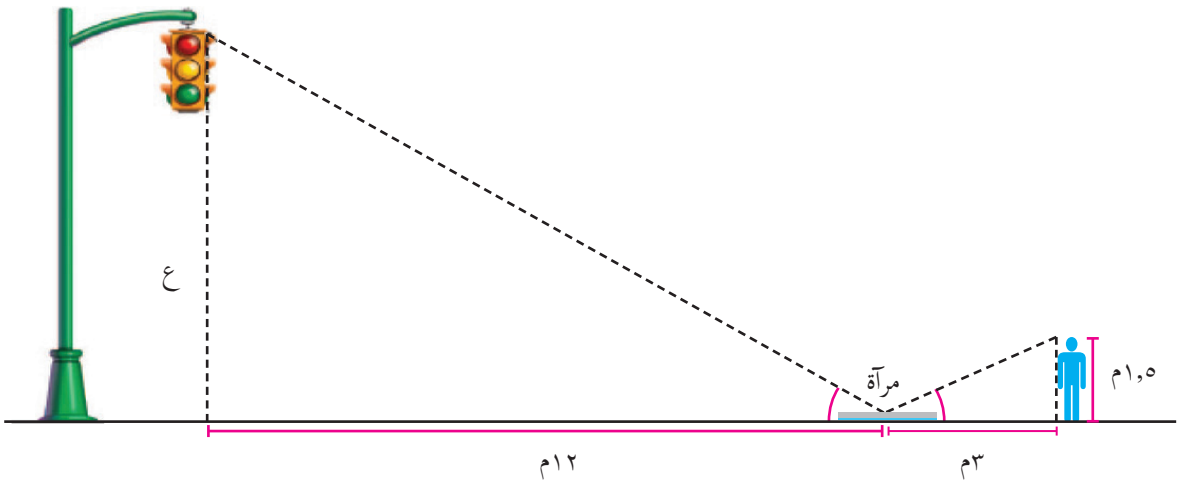
$$\frac{\text{م ن}}{\text{هـ و}} = \frac{١٦}{\cdots} = \frac{٤}{٣}$$

$$\frac{\text{ل ن}}{\text{ل و}} = \frac{\cdots}{٩} = \frac{٤}{\cdots}$$

ألاحظ أيضاً أن أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.

نشاط ٥ :*

أراد جهاد قياس ارتفاع إشارة المرور اعتماداً على انعكاس الضوء، فقام بوضع مرآة مستوية بحيث تبعد ١٢م عن أسفل الإشارة و ٣م عن شخص طوله ١,٥م، كما في الشكل الآتي، أكمل طريقة جهاد في إيجاد ارتفاع إشارة المرور.



$$\frac{\text{ع}}{١,٥} = \frac{١٢}{٣} \quad \text{(لماذا؟)}$$

$$٣\text{ع} = ١٢ \times \cdots$$

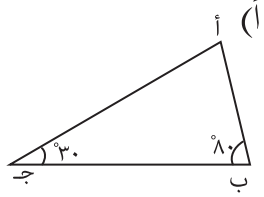
$$٣\text{ع} = ١٨ \qquad \text{ومنها ع} = \cdots\text{م}$$

* قياس زاوية السقوط = قياس زاوية الانعكاس.

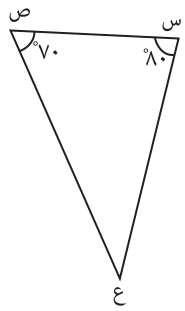
تمارين ومسائل:

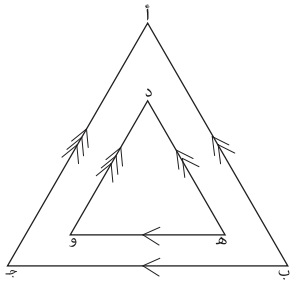
١) أبيّنُ أيّ المثلثين في كلٍّ من الآتية متشابهان:

أ)

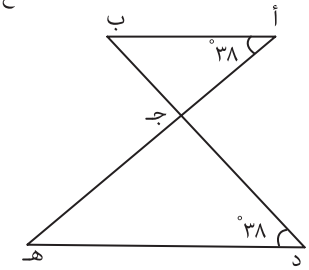


ب)

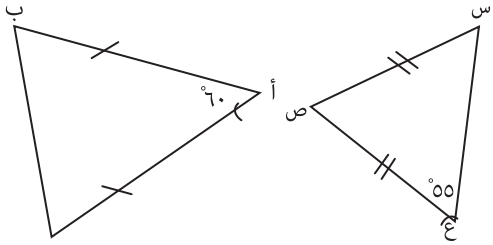




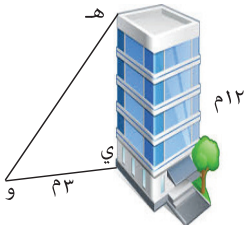
جـ)

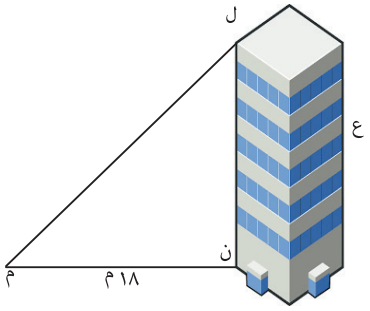


د)

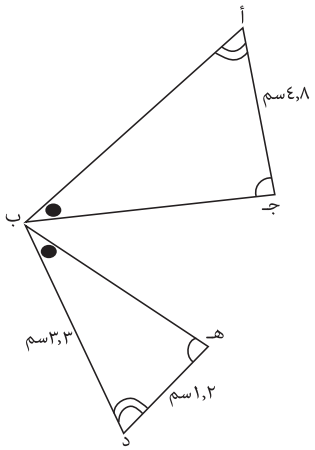


٢) أجد ارتفاع البناية (ع) معتمداً على التمثيل الآتي، علماً بأنّ المثلثين هـ ي و، ل ن م، متشابهان.

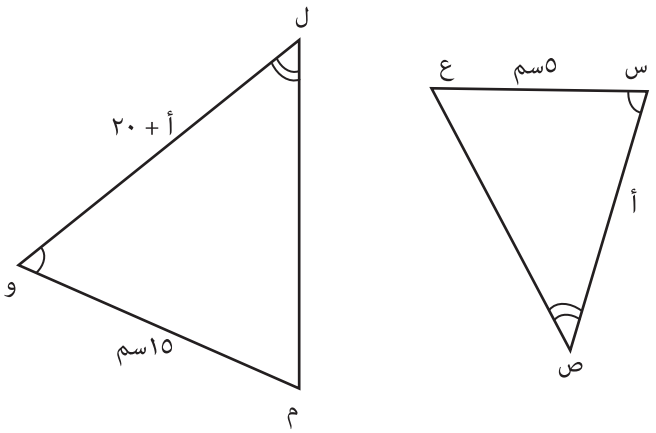




٣) في الشّكل المجاور: إذا كان Δ أ ب جـ ≈ Δ د ب هـ، أجد أ ب.



٤) يبين التمثيل المجاور المثلثين ص س ع، ل و م، فما قيمة أ علماً بأن المثلثين متشابهين؟



٥) مصباح إنارة مثبّتٌ على عمود، ارتفاعه ٣م عن حافّة الشارع. فإذا سار شخصٌ طولُه ١,٨م بجانب العمود، أجد كل من الآتي:

أ) طولُ ظل الشخص عندما يكون على بعد ٥م من العمود.

ب) بعد الشخص عن العمود إذا كان طولُ ظلّه ٣م.

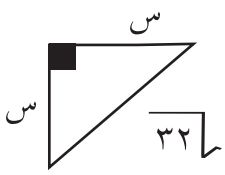
السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١) مثلث أطوال أضلاعه: (س، ص، ع) وحدة طول حيث س أكبرها طولاً، أيّ العبارات الآتية تجعل هذه الأطوال أعداداً فيثاغورية؟

أ) $س^{٢}=(ص + ع)^{٢}$ ب) $ع^{٢} = س^{٢}+ ص^{٢}$

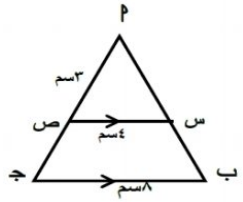
ج) $ص^{٢}= س^{٢} + ع^{٢}$ د) $س^{٢}= ص^{٢} + ع^{٢}$

٢) ماقيمة س في الشّكل المجاور؟



أ) ٤ ب) ٨ ج) ١٦ د) ٣٢

٣) في الشّكل المجاور، ما طول (أ جـ)؟



أ) ٣ سم ب) ٦ سم ج) ٩ سم د) ١٢ سم

٤) أيّ من الحالات الآتية ليست من حالات تطابق المثلثات ؟

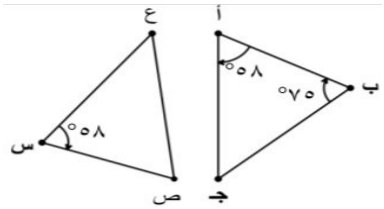
أ) التّطابق بثلاثة أضلاع (ض، ض، ض)

ب) التّطابق بثلاثة زوايا (ز، ز، ز)

ج) التّطابق بوتر وضلع وقائمة

د) التّطابق بضلعين وزاوية محصورة (ض، ز، ض)

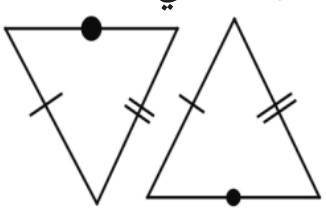
٥) إذا كان المثلثان أ ب ج، س ص ع متطابقين، ما قياس الزّاوية ع؟ علما أن طول أ ب يساوي طول س ص و قياس الزّاوية ب يساوي قياس الزّاوية ص.

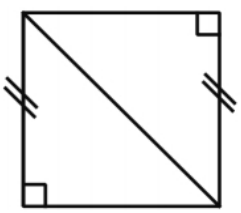


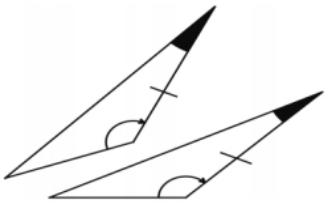
أ) ٧٥° ب) ٤٧°

ج) ٨٥° د) ١٣٣°

السؤال الثاني: أكتب حالة التّطابق في كل من الأشكال التالية:

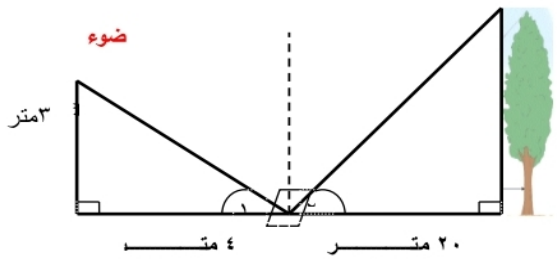






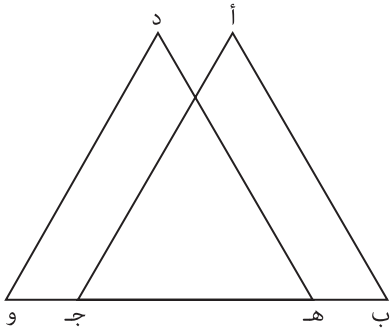
السؤال الثالث: أ ب جـ د شكل رباعي فيه أ ب = ٣سم، ب جـ = ٤سم، جـ د = ١٣سم، ∠ ب = ∠ د أ جـ = ٩٠° أحسب طول $\overline{أ د}$ ؟

السؤال الرابع: سُلّط ضوء من ارتفاع ٣ م على مرآة تبعد مسافة أفقية ٤ م من مصدر الضّوء على الأرض كما في الشّكل المجاور، فانعكس الضّوء من المرآة لقمة الشّجرة، إذا كان بُعد المرآة عن الشّجرة ٢٠ م ما ارتفاع الشّجرة؟ (علماً بأنّ زاوية السقوط = زاوية الانعكاس).

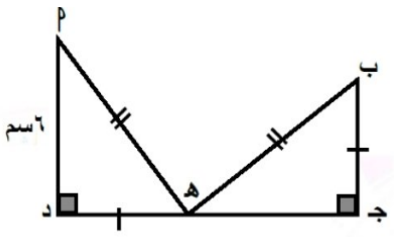


السؤال الخامس: أتأمّل الشكل المجاور، الذي فيه: أ ب = د هـ، أ جـ = د و،

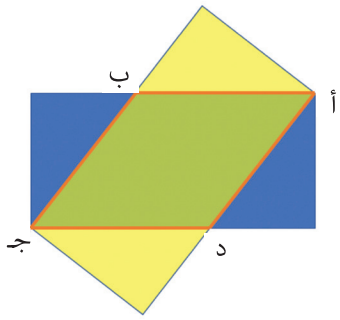
ب هـ = جـ و، لأبيّن أنّ: $\overline{أ ب}$ // $\overline{د هـ}$.



السؤال السادس: في الشّكل المجاور: جِد طول (جـ هـ)، برر خطوات حلك.



السؤال السابع: نفذت معلّمة الرياضيات في إحدى المدارس الأساسية نشاطاً مع طالباتها عن الأشكال الهندسية، فكلّفت كلّ طالبة في الصّف؛ بإحضار ورقة ملوّنة مستطيلة الشّكل، أبعادها (٤٩ سم، ٧سم)، وقسّمت الطالبات إلى مجموعات ثنائية، وطلبت منهنّ تكوين أشكال هندسية مختلفة ناتجة من تقاطع الشّكلين، أو دمجهما. وضعت هبة وندى المستطيلين بشكل متقاطع كما في الصّورة، ما مِساحة الشّكل المشترك بين المستطيلين (الشّكل أ ب جـ د)؟



أقيم ذاتي:

أعبر بلغتي عن أهم المهارات التي تعلمتها في هذه الوحدة.

المهارة	مرتفع	متوسط	دون المتوسط
التعبير عن نظرية فيثاغورس هندسياً وجبرياً.			
توظيف نظرية فيثاغورس في التعبير عن حقائق رياضية ومواقف حياتية.			
توظيف حالات تطابق المثلثات في إثباته.			
توظيف تطابق المثلثات في حل مشكلات حياتية.			
توظيف تشابه المثلثات في مواقف حياتية.			

مشروع الوحدة:



الحيّ الذي أعيش فيه.

الكفايات المستهدفة في هذا المشروع:

١- فهم المسألة والمثابرة في حلها.

٢- الاستخدام الاستراتيجي للأدوات والتكنولوجيا.

٣- بناء الحجج ونقدها.

٤- تعميم الأنماط والاستدلال المتكرر.

٥- اتخاذ القرار الرياضي المسؤول.

صمِّم مع مجموعتك مجسَّماً للحيّ أو القرية التي تعيش فيها، بحيث يُظهر المواقع الرئيسة (المنازل، المدرسة، المسجد أو الكنيسة، الحديقة، الشوارع، والمرافق العامة) وفق مقياس رسم مناسب. استخدم ورق المربعات كأرضية للمجسم المركب. استخدم المفاهيم الهندسية، وبخاصة المثلثات ونظرية فيثاغورس، في تحديد المسافات، وتمثيل المواقع، والتحقق من دقة التصميم، مع توظيف مواد بسيطة من البيئة أوالمعاد استخدامها، وتقنيات تكنولوجية بسيطة لإنتاج نموذج متكامل يعكس الواقع. آخذين بعين الاعتبار دقة قياسات الزّوايا في المجسم.

- كيف تصف شكل المجسم الذي صممته؟ وما الأشكال الهندسية التي استخدمتها؟
- ارسم مخططاً مبسّطاً للحيّ، واستخدم رموزاً لتمثيل المدرسة، المسجد، الحديقة، الشوارع والمنازل.
- ما العلاقة بين الرسم على الورق والمجسم الحقيقي الذي أنشأته؟
- إذا أردت وضع طريق أقصر بين المنزل والمدرسة، كيف تحدد المسار المناسب؟
- واجهت مشكلة في عدم تناسب أحد المباني مع مقياس الرسم؛ كيف ستعالج المشكلة؟
- إذا تغير موقع الحديقة، فما التعديلات التي ستجريها على تصميم الحيّ؟
- ما الأشكال الهندسية التي استخدمتها في تصميم المباني؟
- استخدم مفهوم التّشابه لتوضيح العلاقة بين أبعاد المبنى في الرسم وأبعاده في الواقع.
- قارن بين تصميمك وتصميم زميلك: أيّ التصميمين أكثر تنظيمًا؟ وما الدليل الرياضي على ذلك؟

روابط إلكترونية:

http://www.mathopenref.com/congruenttriangles.html
https://www.mathsisfun.com/geometry/triangles-similar.html
www.mohe.ps/pcdc.html

الإِحْصاء

الوحدة

٤



أَتأمَّلُ الصّورة، أحراش يعبد محميّة طبيعيّة، أشجارها متنوّعة. هل يمكن تصنيف أشجارها من حيثُ النّوع؟

الكفايات المستهدفة في هذه الوحدة:

١- فهم المسألة والمثابرة على حلها.

٢- التفكير الكمي.

٣- بناء الحجج ونقدها.

٤- استخدام الأدوات بذكاء.

٥- الدّقّة الرّياضية.

يتوقع من الطلبة بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها، أن يكونوا قادرين على توظيف مقاييس النَّزْعة المركزيّة، ومقاييس التّشتُّت في الحيّاة العملية من خلال الآتي:

١- تنظيم البيانات في جدول تَكراريّ ذي فئات.

٢- تمثيل التّوزيعات التّكراريّة بيانيّاً.

٣- إيجاد مقاييس النَّزْعة المركزيّة لبيانات مبوّبة في جدول.

١-٤ الجداول التّكراريّة

بناء الجدول التّكراريّ:

نشاط (١): تتعرض الأراضي الفلسطينية لهجمة استيطانية شرسة، حيث تم الاستيلاء على كثير من الأراضي وإنشاء مستعمرات عليها، فقد بلغ عدد المستعمرات المقامة على أراضي المحافظات الشمالية خلال الفترة ١٩٧٥ - ١٩٨٨ حسب السنوات كما يأتي:

٦ ١ ١٦ ٩ ٥ ١٠ ١٣

١١ ١٣ ١٢ ٣ ٣ ١ ٠

أكمل الجدول :

عدد المستعمرات	٠	١	٣	٥	٦	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٦
عدد السّنوات	١		٠							٢	١

عدد السنوات التي تم فيها بناء ٣ مستعمرات خلال ١٩٧٥-١٩٨٨ م هو سنتين.

عدد السنوات التي تم فيها بناء ١٣ مستعمرة هو ------- .

ماذا لو كان عدد البيانات كبيراً؟

هل يمكن الحصول على المعلومات المطلوبة بسهولة؟

نشاط (٢): تُمَثِّلُ البيانات الآتية علامات ٢٦ طالباً في الصّف الحادي عشر في مادّة الرياضيّات:

٣٠ ٢٤ ٢٣ ١١ ١٢ ٢٢ ٢٥ ١٢ ١٤ ١٣ ١٤ ٢٥ ٣٠

٢٧ ٢٨ ٢٩ ٣١ ٢٠ ٢٠ ١٩ ١٤ ٢٥ ١٢ ١٦ ١٧ ١٨

مدى العلامات = أكبر قيمة – أصغر قيمة =..... .

عدد العلامات الّتي تبدأ من ١١ ، وتنتهي عند ١٧ هو..... .

عدد العلامات الّتي تبدأ من ١٨ ، وتنتهي عند ٢٤ هو..... .

عدد العلامات الّتي تبدأ من ٢٥ ، وتنتهي عند ٣١ هو..... .



أتعلم: طول الفئة $= \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$.

ملاحظة: إذا كان النّاتج في طول الفئة عدداً عشريّاً، يفضّل أن يُقَرَّبُ إلى العدد الصحيح الذي يليه مباشرة.



الفئة: هي مجموعةٌ تحوي عدداً من القيم المتقاربة.



نشاط (٣): نظّمت وزارة التّربية والتّعليم مسابقةً إلكترونية في مادة الرياضيات، باستخدام منصّة ذكية تحلّل إجابات الطلبة تلقائيّاً وتُصدر تقريراً فوريّاً بالزمن (بالدقائق) الذي استغرقه كل طالب لإنهاء الاختبار، شارك في المسابقة (٥٠) طالباً من مدارس محافظة القدس، وكانت النتائج كما في الجدول الآتي:

الفئات (الزمن بالدقائق)	١٠ – ١٩	٢٠ – ٢٩	٣٠ – ٣٩	٤٠ – ٤٩	٥٠ – ٥٩
التكرار	٦	١٤	١٨	٨	٤
الحدّ الفعلي الأعلى	١٩,٥				
التكرار التّراكمي	٦				

المطلوب:

أ) أكمل الحدّ الفعلي الأعلى والتكرار التّراكمي في الجدول.

ب) جِد رتبة الوسيط، ثم حدِّد الفئة الوسيطية.

جـ) أحسب قيمة الوسيط باستخدام قانون الوسيط للجداول التكرارية.

د) لو أرادت المنصّة الذكية تصنيف الطلبة إلى «أسرع من المتوسط»، و«أبطأ من المتوسط» اعتمادًا على الوسيط الذي حسبته، فسِّر بجملة واحدة كيف يمكن الاستفادة من هذا التصنيف لتقديم دعمٍ إضافي مناسب لكل فئة من الطلبة.

نشاط (٤): يعتبر العسل المنتج في فلسطين من أجود الأصناف العالمية، في إحدى مزارع العسل يعمل (٥٠) عاملاً يتقاضى كل منهم أجراً أسبوعياً ممثلاً بالبيانات الآتية:

٥٠ ٦٠ ٧٦ ٨٤ ١٠٢ ٦٨ ٨٤ ١٠٨ ٦٨ ٨٤ ٧٨ ٨٠ ١٠٠ ٥٢ ١٠٤ ٧٦ ٩٤

٧٠ ١٠٦ ٥٦ ٦٨ ٨٢ ٧٠ ٦٢ ٨٢ ٧٢ ١٠٦ ٨٢ ٧٢ ٦٤ ٧٤ ٨٨ ٩٠ ٧٤

٩٠ ٩٢ ٥٨ ٩٢ ٧٦ ٩٦ ٨٠ ٦٦ ٨٨ ٩٠ ٨٨ ٨٠ ٦٢ ٩٤ ٨٦ ٥٤

ويمكن تفريغ البيانات في جدول توزيع تَكراريّ، عدد فئاته ٦.

المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة = ...

طول الفئة = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$ = —— ≈ .....

أُكْمِلُ الجدول الآتي:

الفئات	٥٠ – ٥٩			٨٠ – ٨٩			المجموع
التَّكرار	٥						

فسر كيف ساعدك الجدول التكراري على ملاحظة خصائص البيانات.

تمارينُ ومسائِل

١ أُنظِّمُ البياناتِ الآتيةَ في جدولٍ تَكراريّ، عددُ فئاتِهِ (٥):

٣٤ ٣٤ ٣٨ ٣٥ ٤٣ ٤٨ ٤٦ ٢٧ ٣٠ ٣١ ٣٢ ٣٧ ٤٠

٣٩ ٣٨ ٢٦ ٣١ ٣٤ ٣١ ٣٦ ٤١ ٢٦ ٣٢ ٣٠ ٣٣ ٣٩

٣٤ ٤٤ ٣٣ ٣٨ ٣٥ ٣٥ ٣٧ ٤٠ ٢٨ ٣١ ٣٥ ٣٧ ٤٢

٢ أَجِدُ قيمة أ، ب، جـ، د في الجدول التَّكراريّ الآتي:

الفئات	١ – أ	٤ – ب	جـ – د	١٠ – ١٢
التكرار	٢	١	٤	١٣

٣ يرصد عدّاد كهرباء ذكي في أحد المنازل بمدينة الخليل الاستهلاك اليومي (بالكيلو واط/ ساعة) لمدّة (١١) يومًا، وكانت القراءات كما يأتي:

٨ ١٠ ٨ ١٢ ٩ ١١ ٨ ١٠ ١٣ ٩ ١٢

المطلوب (دون تصنيف البيانات في جدول):

أ) رتِّب القيم تصاعديًّا.

ب) جِد المنوال، ثم جِد الوسيط.

جـ) أيّهما أنسب لوصف «الاستهلاك المعتاد» في هذه الحالة: الوسيط أم المنوال؟ برر ذلك.

٢-٤ التَّمثيل البيانيّ للجداول التَّكراريّة ذات الفئات

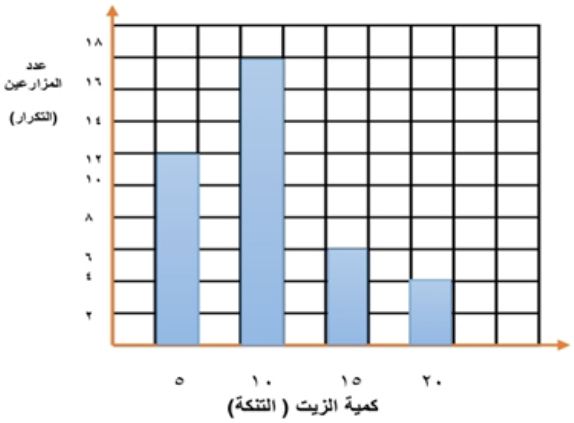
نشاط (١): تشتهر محافظة سلفيت بإنتاج زّيت الزّيتون عالي الجودة، قامت جمعية زراعية بتسجيل كميّة الزّيت (بالتّنكّة) التي أنتجها مزارعون في موسم الحصاد، وكانت البيانات كما في الجدول الآتي :

كميّة الزّيت (بالتّنكّة)	٥	١٠	١٥	٢٠
عدد المزارعين(التكرار)	١٢	١٨	٦	٤

كيف يمكن تمثيل هذه البيانات بطريقة الأعمدة؟
أرسم خطين متعامدين، وأضع كميّة الزّيت على الخط الأفقي، وعدد المزارعين على الخط العمودي، وبإنشاء أعمدة يمثّل ارتفاعها عدد المزارعين ، ينتج التمثيل المجاور:

ألاحظ انّ مجموع التكرارات = ...

عدد الّذين حصلوا على أكبر كميّة زّيت = ...



أوّلاً- المدرَّج التّكراريّ:

المدرَّج التّكراريّ: هو عبارة عن تمثيل الجداول التّكراريّة بوساطة مستطيلات متلاصقة، ويتم تعيين الحدود الفعلية على المحور الأفقيّ والتّكرارات على المحور العموديّ.

أتعلم: الحدّ الفعليّ الأدنى = الحدّ الأدنى – ٠,٥ .
الحدّ الفعليّ الأعلى = الحدّ الأعلى + ٠,٥ .

نشاط (٢): يبيع محلٌّ ما هدايا على شكل قلائد، إذا كان طول (٦٠) قلادة بالسّنتمير مُمَثَّلَةً بالجدول التّكراريّ الآتي، أُكْمِلُ الجدول:

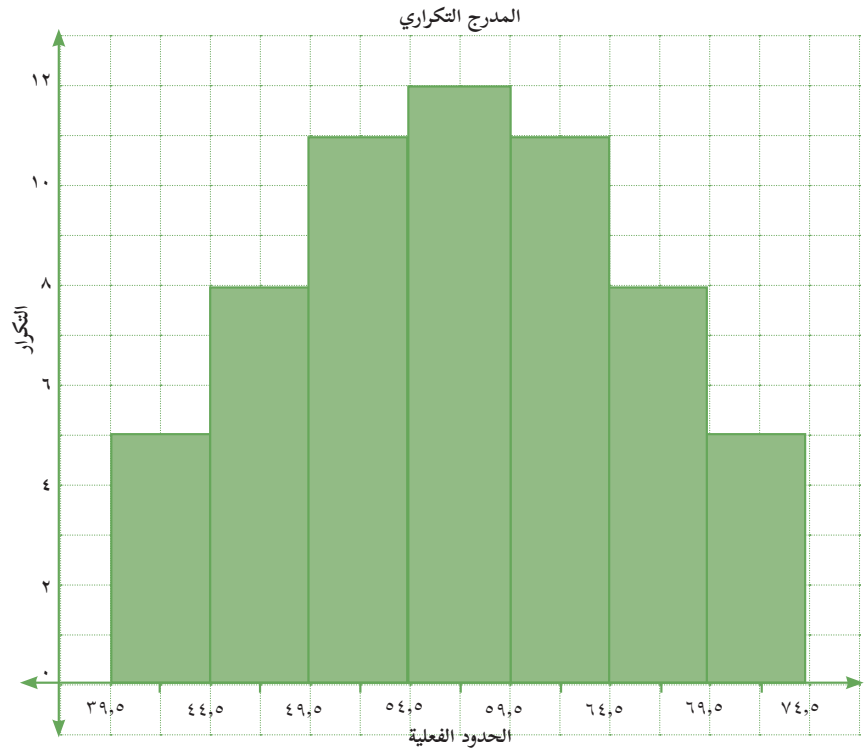
الفئات	٤٠ – ٤٤	٤٥ – ٤٩	٥٠ – ٥٤	٥٥ – ٥٩	٦٠ – ٦٤	٦٥ – ٦٩	٧٠ – ٧٤
التكرار	٥	٨	١١	١٢	١١	٨	٥
الحدود الفعلية	٣٩,٥ -٤٤,٥						

ويمكن تمثيل البيانات بالمدرَّج التّكراريّ باتّباع الخطوات الآتية:

١- رسم محوريْنِ متعامديْن، بحيث يُمَثِّلُ المحورُ الأفقيّ محورَ السّينات، والمحورُ العموديّ _____.

٢- إيجاد الحدود الفعليّة، وتعيينها على المحور الأفقيّ.

٣- تعيين التّكرار على المحور العموديّ.



من الرسم السّابق، أَجِدُ أنّ: أكثر الأطوال مبيعاً هي.....، وفئتها هي ..... .

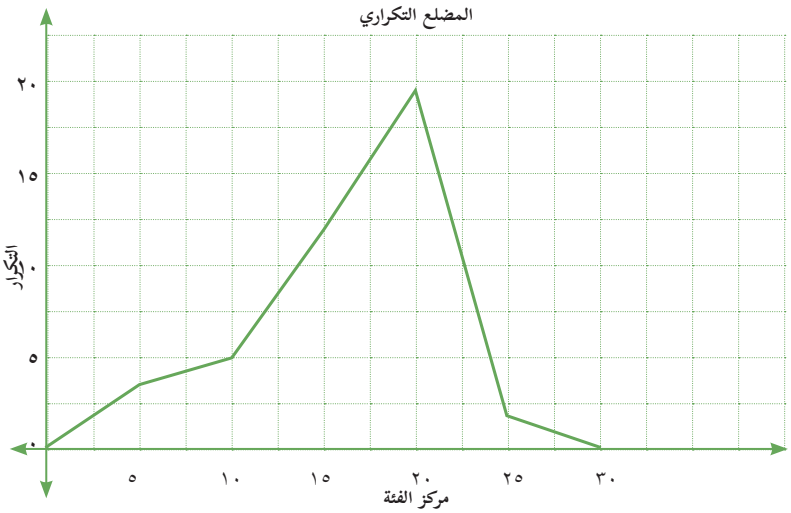
ثانياً- المُضَلَّع التّكراريّ: هو عبارة عن مُضَلَّع مغلق، يَنْتُجُ من توصيل النِّقاط الّتي إحداثيّاتُ كلٍّ منها(مركز الفئة، تكرار الفئة)، ولكي يصبح المُضَلَّع مغلقاً، نُعَيِّنُ مركز (فئة سابقة)، تَكرارها صفر، ومركز (فئة لاحقة)، تكرارها صفر.

أتعلم: مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$.

نشاط (٣): يُمَثِّلُ الجدول التَّكراريّ الآتي علاماتِ (٤٠) طالبةً في امتحان الرياضيّات. أُكْمِلُ الجدول:

الفئات	٣ – ٧	٨ – ١٢	١٣ – ١٧	١٨ – ٢٢	٢٣ – ٢٧
التَّكرار	٣	٥	١٢	١٨	٢
مركز الفئة			١٥		٢٥

ويمكن تمثيل البيانات بالمُضَلَّع التَّكراريّ الآتي:



المحور الأُفُقيّ يُمَثِّلُ ..... .

المحور العموديّ يُمَثِّلُ ..... .

عدد الطّلبة الّذين تقلّ علاماتهم عن ١٣ هو ..... .

تَكرار الفئة الّتي مركزها ٢٠ ..... .

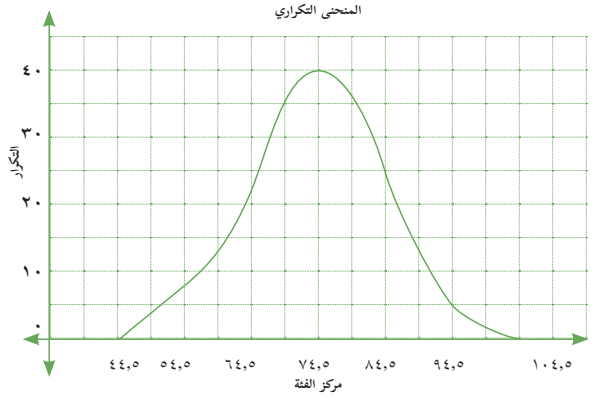
ثالثاً- المنحنى التَّكراريّ:

المنحنى التَّكراريّ: هو منحنى مقفل بسيط، يوضِّح أيّ القيم تَكرارها أكثر من الأُخرى، ويَنْتُجُ المنحنى من توصيل النِّقاط الّتي إحداثيّاتُ كلٍّ منها(مركز الفئة، والتَّكرار المقابل لها)، ولكي يصبح المنحنى مقفلاً، نُعَيِّنُ مركز (فئة سابقة)، تَكرارها صفر، ومركز (فئة لاحقة)، تكرارها صفر.

نشاط (٤): يُمَثِّلُ الجدول التَّكراريّ الآتي فئاتِ كُتَلِ (١٠٠) موظّف بالكيلوغرام في إحدى المؤسسات، أُكْمِلُ الجدول:

الفئات	٥٠ – ٥٩	٦٠ – ٦٩	٧٠ – ٧٩	٨٠ – ٨٩	٩٠ – ٩٩
التَّكرار	٨	٢٢	٤٠	٢٥	٥
مركز الفئة	٥٤,٥				

ويمكن تمثيل البيانات بالمنحنى التَّكراريّ الآتي:



المحور الأُفقيّ يُمَثِّلُ .....

المحور العموديّ يُمَثِّلُ .....

مركز الفئة الأكثر تكراراً هو .....

عدد الموظّفين الّذين كُتَلُهم أقلّ من ٧٠ كغم هو ..... .

رابعاً- المنحنى التَّكراريّ المتجمّع الصّاعِد:

نشاط (٥): يُمَثِّلُ الجدول التَّكراريّ الآتي توزيع علامات ٥٠ طالباً في مادّة اللّغة الإنجليزيّة:

الفئات	٥٠ – ٥٩	٦٠ – ٦٩	٧٠ – ٧٩	٨٠ – ٨٩	٩٠ – ٩٩	المجموع
التَّكرار (عدد الطلبة)	٣	٥	١٨	١٦	٨	٥٠

من الجدول السابق، أُلاحظُ أنّ:

عدد الطّلبة الحاصلين على علامة ٦٩ وأقل هو: ٥ + ٣ = ٨ طلّاب.

عدد الطّلبة الحاصلين على علامة ٨٩ وأقل هو ..... .

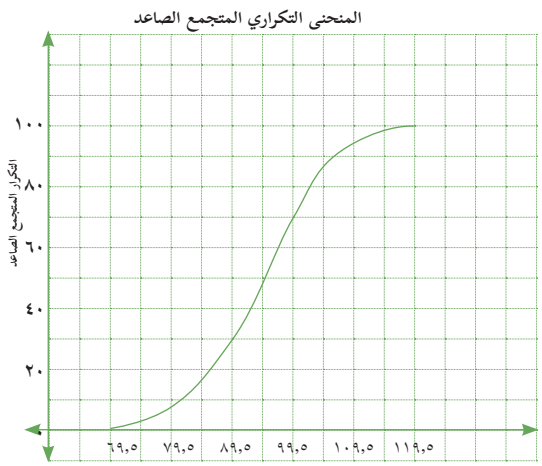
أتعلم: التَّكرار المتجمّع الصّاعِد (التَّكرار التّراكميّ): هو مجموع كلّ تَكرار مع جميع التَّكرارات الّتي تسبقه.

المنحنى التَّكراريّ المتجمّع الصّاعِد: هو منحنى تتجمّع فيه التَّكرارات على التّوالي من أحد طرفيه إلى طرفه الآخر، وصولاً إلى التَّكرار الكُلِّيّ، ويَنْتُجُ المنحنى من توصيل النِّقاط الّتي إحداثيّاتُ كلٍّ منها (الحدود الفعليّة العليا، والتَّكرار المتجمّع الصّاعِد).

نشاط (٦): في مشروع لنظافة الأحياء الفلسطينية، تم تعيين (١٠٠) عامل أجورهم بالدّينار. أُكْمِلُ الجدول الآتي:

الفئات	التَّكرار	الحدود الفعليّة العليا	التَّكرار المتجمّع الصّاعِد
٧٠ – ٧٩	٨	٧٩,٥	٨
٨٠ – ٨٩	٢٢		٣٠
٩٠ – ٩٩	٤٠		
١٠٠ – ١٠٩	٢٥		
١١٠ – ١١٩	٥		١٠٠

ويمكن تمثيل البيانات بالمنحنى التَّكراريّ المتجمّع الصّاعِد كما يأتي:



المحور الأفقيّ يُمَثِّلُ.....

المحور العموديّ يُمَثِّلُ.....

الحدّ الفعليّ الأعلى لفئة الأجور الّتي تَكرارها المتجمّع الصّاعِد ٣٠ هو ٨٩,٥.

عدد العمال الّذين أجورهم أكثر من ٩٩,٥ ديناراً هو..... (لماذا؟)

أفكر: لماذا سُمي المنحنى منحى متجمع صاعد.



تمارينُ ومسائِل

١ يُمَثِّلُ الجدول التَّكراريّ الآتي كُتَلَ (٤٢) طالباً بالكيلوغرام من طلبة الصَّفّ السّابع في مدرسة الشُّهداء:

فئات الكُتَل	٤٠ – ٤٤	٤٥ – ٤٩	٥٠ – ٥٤	٥٥ – ٥٩	٦٠ – ٦٤
التَّكرار (عدد الطّلبة)	٥	١٠	١٢	٨	٧

أ أرسمُ المدرَّج التَّكراريّ لهذا التّوزيع.

ب أرسمُ المُضَلَّع التَّكراريّ لهذا التّوزيع.

٢ أُمَثِّلُ الجدول التَّكراريّ الآتي بالمنحنى التَّكراريّ، والمنحنى التَّكراريّ المتجمّع الصّاعِد:

الفئات	٣ – ٥	٦ – ٨	٩ – ١١	١٢ – ١٤	١٥ – ١٧	١٨ – ٢٠
التَّكرار	٤	٥	٦	٧	٥	٣

أُناقش: ما الفرق بين المنحنى التَّكراريّ، والمنحنى التَّكراريّ المتجمّع الصّاعِد؟

٣-٤ مقاييس النَّزْعة المركزيّة للجداول التَّكراريّة

نشاط (١): تتعدّد المؤسّسات الثّقافيّة في فِلَسطين، من مراكزَ ثقافيّة، ومَتاحِفَ، وغيرِها. قام الجهاز المركزيّ للإحصاء الفِلَسطينيّ في العام ٢٠١٥م برصد عدد المراكز الثّقافيّة العاملة في ١٦ محافظةً فِلَسطينيّة، فكانت كالآتي:

٦٧	١٢	٤٥	٨٧	٢٩	١٣	٣٢	١٢	٥٠
٨١	٨٣	١٦	٣٠	١٧	٩	٩		

معدل عدد المراكز الثّقافيّة:

$\overline{س} = \frac{\sum س}{ن} =$ _____ = ... مركز ثقافيّ.

ترتيب القيم تصاعديّاً: ٩، ٩، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ٨٩،

الوسيط لعدد المراكز الثّقافيّة = ٢٩,٥ (لماذا؟)

المنوال لعدد المراكز الثّقافيّة هو ..... وَ .....

أوّلاً- الوسط الحسابيّ للجداول التَّكراريّة:

أتعلم: $\overline{س} = \frac{\sum (س \times ت)}{\sum ت}$ حيث: $\overline{س}$: الوسط الحسابيّ، $\sum ت$: مجموع التّكرارات،

س: مركز الفئة، $\sum$: رمز المجموع.



نشاط (٢): في فصل الرّبيع تم رصد سرعة الرّياح (كم / س) لعشرين يوم متتالٍ، فكانت النتائج كالتالي، أُكْمِلُ الجدول:

الفئات	التّكرار (ت)	مركز الفئة (س)	س× ت
٥ – ٩	٥		٣٥
١٠ – ١٤	٢	١٢	
١٥ – ١٩	٦		
٢٠ – ٢٤	٣	٢٢	
٢٥ – ٢٩	٤		
المجموع			

ويمكن إيجاد الوسط الحسابيّ لسرعة الرّياح:

$\sum$(س×ت) = ...

$\overline{س} = \frac{\sum(س \times ت)}{\sum ت}$ = ...

ثانياً- الوسيط للجداول التّكراريّة:

سبق وأن أوجدت الوسيط للبيانات المفردة، وهو القيمة الّتي يسبقها من القيم يساوي ما يليها من القيم بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً، ولإيجاد الوسيط للجداول التّكراريّة، فإنَّ الوسيط يساوي القيمة في الحدود الفعليّة العليا الّتي تَكرارها التّراكميّ هو مجموع التّكرارات مقسوماً على ٢.

أتعلم: فإن رتبة الوسيط للجدول التّكراريّ هي مجموع التّكرارات مقسوماً على ٢. وبالرّموز:

$$\text{رتبة الوسيط} = \frac{\sum ت}{٢} .$$

نشاط (٣): تنظم وزارة التّربية والتّعليم مسابقاتِ ثقافيّةً، كانت إحدى تلك المسابقات عن إلقاء قصيدة للقدس، اختارت إحدى المديريّات ٢٨ طالباً من طلبة الصّفّ التّاسع؛ للمشاركة في المسابقة. يمكن إيجاد الوسيط لزمن إلقاء القصيدة؛ كي يترشّح الطّالب للمسابقة، وكانت نتائجهم في الجدول التّكراريّ الآتي:

الفئات (الزّمن بالدّقائق)	٢ – ٤	٥ – ٧	٨ – ١٠	١١ – ١٣	١٤– ١٦
التّكرار	٢	٥	٧	١٠	٤
الحدود الفعليّة العليا	٤,٥	٧,٥			
التّكرار التّراكميّ	٢		١٤		

أُكْمِلُ الجدول السّابق.

$$\text{رتبة الوسيط} = \frac{\sum ت}{٢} = ١٤$$

الحدّ الفعليّ الأعلى الّتي يقابلها رتبة الوسيط هو..... .

الوسيط لزمن إلقاء القصيدة؛ كي يترشّح الطّالب للمسابقة هو ١٠,٥ دقائق.

مِثال: يُمَثِّلُ الجدول التّكراريّ الآتي عدد السّاعات الّتي يقضيها (١٠) أشخاص في المطالعة:

الفئات	١ – ٥	٦ – ١٠	١١ – ١٥	١٦ – ٢٠
عدد الأشخاص	٢	٤	٣	١

أَجِدُ الوسيط لعدد السّاعات الّتي يقضيها الشّخص في المطالعة.

الحل: ١) أَجِدُ الحدود الفعليّة العليا، والتّكرار التّراكميّ للجدول التّكراريّ.

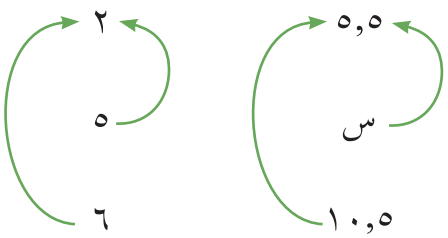
الفئات	التكرار(ت)	الحدود الفعلية العليا	التكرار التّراكمي
١ – ٥	٢	٥,٥	٢
٦ – ١٠	٤	١٠,٥	٦
١١ – ١٥	٣	١٥,٥	٩
١٦ – ٢٠	١	٢٠,٥	١٠

٢) رتبة الوسيط = $\frac{\sum ت}{٢} = \frac{١٠}{٢} = ٥$

رتبة الوسيط تقع في التّكرار التّراكميّ بين ٢، ٦.

٣) أُعَيِّنُ الفئة الوسيطيّة؛ لأنّ الوسيط يقع ضمنها.

الفئة الوسيطيّة هي ٥,٥ ـ ١٠,٥



٤) $\frac{س - ٥,٥}{١٠,٥ - ٥,٥} = \frac{٥ - ٢}{٦ - ٢}$ (لماذا؟)

$\frac{س - ٥,٥}{٥} = \frac{٣}{٤}$

٥) بالضّرْب التّبادليّ: س ـ ٥,٥ = $\frac{١٥}{٤}$ ، ومنها: س = ٥,٥ + $\frac{١٥}{٤}$ = ٩,٢٥

ومنها: الوسيط = ٩,٢٥.

ثالثاً- المنوال للجداول التَّكراريّة:



نشاط (٤): أُكْمِلُ الجدول التَّكراريّ الآتي:

الفئات	١ – ٥	٦ – ١٠	١١ – ١٥	١٦ – ٢٠
ت	٢	٤	٣	١
مركز الفئة	٣			١٨

الفئة الأكثر تَكراراً هي ..... .

مركز الفئة الأكثر تكراراً هو..... .



أتعلم: المنوال للجداول التَّكراريّة: هو مركز الفئة الأكثر تَكراراً.



نشاط (٥): أَجِدُ المنوال للجدول التَّكراريّ الآتي الّذي يُمَثِّلُ توزيع علامات (٣٢) طالباً في إحدى المباحث:

الفئات	٤٠ – ٤٤	٤٥ – ٤٩	٥٠ – ٥٤	٥٥ – ٥٩	٦٠ – ٦٤	٦٥ – ٦٩
التَّكرار	٢	٦	٨	٧	٥	٤

المنوال: .....

تمارينُ ومسائِل



١ يُمَثِّلُ الجدول الآتي كُتَلَ أمتعةِ مجموعةٍ من المسافرين بالكيلوغرام:

الفئات	١٠ – ١٥	١٦ – ٢١	٢٢ – ٢٧	٢٨ – ٣٣	٣٤ – ٣٩	٤٠ – ٤٥
عدد المسافرين	١٢	١٥	٢٠	١٣	١٢	٨

أَحْسِبُ قيمة ما يأتي:

أ الوسط الحسابيّ. ب الوسيط. جـ المنوال.

٢ يُمَثِّلُ الجدول الآتي عدد ساعات العمل الإضافيّ لـ (٣٠) عاملاً يعملون في إحدى الشّركات، خلال أسبوع:

مركز الفئة	٧	١٠	١٣	١٦
عدد العُمّال	٢	١٤	٨	٦

أُجيبُ عما يأتي:

أ ما الحدود الفعليّة لعدد ساعات العمل الإضافيّ للفئة الّتي مركزُها (١٠)، علماً أنّ الحدّ الأدنى للفئة الأولى هو ٦؟

ب ما معدّل عدد ساعات العمل الإضافيّ للعُمّال في هذه الشركة؟

جـ ما القيمةُ الّتي يحصل ٥٠٪ من العُمّال على عدد ساعات عمل إضافي أَقلّ منها، و ٥٠٪ منهم يحصلون على عدد ساعات عمل إضافي أعلى منها؟

د ما فئةُ عدد ساعات العمل الإضافيّ الأكثر تَكراراً؟

الاختبار الذاتي

السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١) إذا كانت القيم: ٣ أ، ٧، ٥، أ – ٢ مرتبة تنازلياً، وكان المدى لهذه القيم ٨، فما قيمة أ؟

أ) ٣ ب) ٥ ج) ٦ د) ٨

٢) عند تمثيل الجدول التكراري بالمنحنى المتجمع الصاعد، ماذا يمثّل المحور الأفقي؟

أ) مراكز الفئات ب) تكرار متجمع صاعد ج) حدود فعلية د) تكرار

٣) إذا كان مجموع (س× ت) = ٤٠٠، ومجموع التكرارات = ٤٠ ما قيمة الوسط الحسابي (س)؟

أ) ١٠ ب) ٤٠ ج) ٤٠٠ د) ١٦٠٠

٤) أيّ من المقاييس الآتية ليست من مقاييس النّزعة المركزية؟

أ) الوسط الحسابي ب) الانحراف المعياري ج) الوسيط د) المنوال

٥) ما مركز الفئة : ١٢ – ٢٢ ؟

أ) ٣ ب) ٦ ج) ١٧ د) ٣٤

السؤال الثاني: معتمداً على الجدول التكراري الآتي، جِدْ قيمة كلّ من: أ، ب، ج موضحاً خطوات الحل بدّقة.

الفئات	١٠- ١٤	أ - ب	ج - ٢٤
التكرار	٣	٥	٨

السؤال الثالث: مثّل الجدول التكراري بالمنحنى التكراري، وبالمنحنى التكراري المتجمع الصاعد

الفئات	٤- ٨	٩- ١٣	١٤- ١٨	١٩- ٢٣	٢٤- ٢٨
عدد الطلبة	٣	٥	٧	٤	١

أناقش: ما الفرق بين المنحنى التكراري، والمنحنى التكراري المتجمع الصاعد؟

السؤال الرابع: تمثّل البيانات التالية علامات ٣٠ طالبا في اختبار رياضيات، وكانت العلامة النهائية للاختبار هي ٢٠.

٧	٣	١٠	٢٠	١٢	١١	٤	٣	١١	١٥
١٩	٨	١٦	٢	٦	١٧	١٤	٦	٢	٨
١٨	٧	٥	١	٧	١٦	١٣	٤	١	١٩

أ) كوّن جدولا تكراريا عدد فئاته ٥؟

ب) مثّل الجدول التكراري بالمدرج التكراري، وبالمضلع التكراري؟

ج) عند رسم المضلع التكراري نضطر إلى إضافة «مركز فئة سابقة»، و«مركز فئة لاحقة» بتكرار صفر، بينما لا نحتاج لذلك عند رسم المدرج التكراري، فسّر ذلك.

السؤال الخامس: يمثّل الجدول الآتي عدد ساعات العمل الإضافي ل ٣٠ عاملاً يعملون في إحدى الشركات خلال أسبوع:

مركز الفئة	٧	١٠	١٣	١٦
عدد العمال	٢	١٤	٨	٦

أ) ما الحدود الفعلية للفئة لعدد ساعات العمل الإضافي التي مركزها ١٠ علماً بأنّ الحد الأدنى للفئة الأولى ٦؟

ب) ما معدل عدد ساعات العمل الإضافي للعمال في هذه الشركة؟

ج) ما القيمة التي يحصل عليها ٥٠٪ من العمال على عدد ساعات عمل إضافي أقل منها ، و ٥٠٪ منهم يحصلون على عدد ساعات عمل إضافي أعلى منها ؟

د) ما فئة عدد ساعات العمل الأكثر تكراراً؟

السؤال السادس: نظّم معلم علامات طلبة الصّف التاسع في أحد الاختبارات وعددهم ٤٠ في جدول تَكراري سجّلها على الحاسوب، وحسب وسيط علاماتهم فكان ١٧، وعندما عاد المعلّم إلى البيانات وجد أنّه لم يحفظ تَكرار الفئات في الجدول، أكتب توزيعاً مناسباً للتّكرارات يحقّق قيمة الوسيط، وأتحقّق من ذلك بالحلّ:

الفئات	١٠ – ١٤	١٥ – ١٩	٢٠ – ٢٤	٢٥ – ٢٩	٣٠ – ٣٤
التّكرار					

أقيم ذاتي:

أصف قدرتي على أداء المهارات الواردة خلال هذه الوحدة بكتابة أحد التقديرات الآتية (مرتفع، متوسط، دون المتوسط) أمام كل مهارة من المهارات الواردة في صفحة ٩٢.

مشروع الوحدة:



الاحصاء بالرياضة

الكفايات المستهدفة في هذا المشروع:

١- فهم المسألة والمثابرة في حلها .
٢- بناء الحجج ونقدها.
٣- تعميم الأنماط والاستدلال المتكرر.
٤- اتخاذ القرار الرياضي المسؤول.
٥- الدّقّة الرّياضية.

يتكوّن فريق كرة السَّلّة من خمسةِ لاعبين، موزّعينَ على خمسة مراكز، هي: لاعبُ الهجومِ الخلفيّ، والمُدافعُ المُسَدِّد، ولاعبُ الهجومِ صغيرِ الحجم، ولاعبُ الهجومِ قويُّ الجسم، ولاعبُ الوَسَط.

- أقومُ وأفرادَ مجموعتي بتشكيل فريق كرة السَّلّة لصفّي، بحيث تكونُ أطوالهم على الأقلّ ١٥٠ سم.
- أقومُ بتوزيع الفريق على المراكز الخمسة، بناءً على أطوالهم، وشروط كلّ مركز.
- أقومُ بحسابِ معدّلِ أطوالِ فريقِ كرةِ السَّلّةِ الّذي قمتُ بتشكيلِه
- لماذا تم اختيار الطلبة الذين تزيد أطوالهم على ١٥٠ سم لتشكيل فريق كرة السلة؟ وضّح رأيك اعتمادًا على متطلبات اللعبة.
- رتّب لاعبي الفريق من الأطول إلى الأقصر، ثم بيّن المركز الأنسب لكل لاعب مع ذكر السبب.

إذا انضم لاعب جديد إلى الفريق وكان طوله أكبر من جميع اللاعبين، فكيف سيؤثر ذلك في متوسط أطوال الفريق؟ هل سيزداد المتوسط أم ينخفض أم يبقى ثابتًا؟ ولماذا؟

- قارن بين أطول لاعب وأقصر لاعب في الفريق، واحسب الفرق بين طوليهما.
- هل ترى أن الطول وحده يكفي لتحديد مركز اللاعب؟
- بعد حساب متوسط أطوال الفريق، هل يقع طولك فوق المتوسط أم دونه؟ ماذا تستنتج من ذلك؟
- قدّم توصية للمدرب حول توزيع اللاعبين على المراكز المختلفة مستندًا إلى البيانات التي جمعتها.

روابط مقترحة

mathworld.wolfram.com/Line.html
www.calculatorsoup.com > Statistics

المشروع

المشروع: شكل من أشكال منهج النشاط؛ يقوم الطلبة (أفراداً أو مجموعات) بسلسلة من ألوان النشاط التي يتمكنون خلالها من تحقيق أهداف ذات أهمية للقائمين بالمشروع. ويمكن تعريفه على أنه: سلسلة من النشاط الذي يقوم به الفرد أو الجماعة لتحقيق أغراض واضحة ومحددة في محيط اجتماعي برغبة ودافعية.

ميزات المشروع:

١. قد يمتد زمن تنفيذ المشروع لمدة طويلة ولا يتم دفعة واحدة وقد ينفّذه فرد أو جماعة.
٢. يرمي إلى تحقيق أهداف ذات معنى للقائمين بالتنفيذ.
٣. لا يقتصر على البيئة المدرسية وإنما يمتد إلى بيئة الطلبة لمنحهم فرصة التفاعل مع البيئة وفهمها.
٤. يستجيب المشروع لميول الطلبة وحاجاتهم ويثير دافعيّتهم ورغبتهم بالعمل.

خطوات المشروع:

- **أولاً: اختيار المشروع: يشترط في اختيار المشروع ما يأتي:**

١. أن يتماشى مع ميول الطلبة ويشبع حاجاتهم.
٢. أن يوفّر فرصة للطلبة للمرور بخبرات متنوّعة.
٣. أن يرتبط بواقع حياة الطلبة ويكسر الفجوة بين المدرسة والمجتمع.
٤. أن تكون المشروعات متنوّعة ومترابطة وتكمل بعضها البعض ومتوازنة، لا تغلّب مجالاً على الآخر.
٥. أن يتلاءم المشروع مع إمكانات المدرسة وقدرات الطلبة والفئة العمرية.
٦. أن يُخطّط له مسبقاً.

- **ثانياً: وضع خطة المشروع:**

يتم وضع الخطة تحت إشراف المعلم حيث يمكن له أن يتدخّل لتصويب أيّ خطأ يقع فيه الطلبة.
يقتضي وضع الخطة الآتية:
١. تحديد الأهداف بشكل واضح.
٢. تحديد مستلزمات تنفيذ المشروع، وطرق الحصول عليها.

٣. تحديد خطوات سير المشروع.
٤. تحديد الأنشطة اللازمة لتنفيذ المشروع، (شريطة أن يشترك جميع أفراد المجموعة في المشروع من خلال المناقشة والحوار وإبداء الرأي، بإشراف وتوجيه المعلم).
٥. تحديد دور كل فرد في المجموعة، ودور المجموعة بشكل كلّي.

• ثالثاً: تنفيذ المشروع:

مرحلة تنفيذ المشروع فرصة لاكتساب الخبرات بالممارسة العملية، وتعدّ مرحلة ممتعة ومثيرة لما توفّره من الحرية، والتخلص من قيود الصّف، وشعور الطالب بذاته وقدرته على الإنجاز حيث يكون إيجابياً متفاعلاً خلّاقاً مبدعاً، ليس المهم الوصول إلى النتائج بقدر ما يكتسبه الطلبة من خبرات ومعلومات ومهارات وعادات ذات فائدة تنعكس على حياتهم العامة.

دور المعلم:

١. متابعة الطلبة وتوجيههم دون تدخّل.
٢. إتاحة الفرصة للطلبة للتعلّم بالأخطاء.
٣. الابتعاد عن التوتّر مما يقع فيه الطلبة من أخطاء.
٤. التدخّل الذكي كلما لزم الأمر.

دور الطلبة:

١. القيام بالعمل بأنفسهم.
٢. تسجيل النتائج التي يتم التوصل إليها.
٣. تدوين الملاحظات التي تحتاج إلى مناقشة عامة.
٤. تدوين المشكلات الطارئة (غير المتوقعة سابقاً).

- **رابعاً: تقويم المشروع: يتضمن تقويم المشروع الآتي:**

١. الأهداف التي وضع المشروع من أجلها، ما تم تحقيقه، المستوى الذي تحقّق لكل هدف، العوائق في تحقيق الأهداف إن وجدت وكيفية مواجهة تلك العوائق.

٢. الخطة من حيث وقتها، التعديلات التي جرت على الخطة أثناء التنفيذ، التقيّد بالوقت المحّدد للتنفيذ، ومرونة الخطة.

٣. الأنشطة التي قام بها الطلبة من حيث، تنوّعها، إقبال الطلبة عليها، توافر الإمكانات اللازمة، التقيد بالوقت المحدد.

٤. تجاوب الطلبة مع المشروع من حيث، الإقبال على تنفيذه بدافعيّة، التعاون في عملية التنفيذ، الشعور بالارتياح، إسهام المشروع في تنمية اتجاهات جديدة لدى الطلبة.

يقوم المعلم بكتابة تقرير تقويمي شامل عن المشروع من حيث:

- أهداف المشروع وما تحقّق منها.
- الأنشطة التي قام بها الطلبة.
- المدة التى استغرقها تنفيذ المشروع.
- الخطة وما طرأ عليها من تعديل.
- المشكلات التي واجهت الطلبة عند التنفيذ.
- الاقتراحات اللازمة لتحسين المشروع.

المراجع

فريدريك بل (1986):طرق تدريس الرياضيات:الجزء الثاني؛ (ترجمة محمد المفتي و ممدوح سليمان). قبرص:الدار العربية للنشر والتوزي

اللحام ، أنور (1990): الجبر ، ط4 ، مطبعة دار الكتاب ، دمشق

ابو الوفاء البوزجاني (1971): علم الحساب العربي ، تحقيق د. احمد سعيدان ،عمان .

انور عكاشة واخرون (1990): تاريخ الرياضيات ، مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر ، عمان

كارتر، فيليب؛ راسيل، كين (2010): الدليل الكامل في اختبارات الذكاء، مكتبة جرير، السعودية

هاشم الطيار، ويحي سعيد (1977): موجز تاريخ الرياضيات، مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل.

السبتي، جورج (1988): الجبر الخطي ، دار الحكمة ، جامعة البصرة

الجنابي، احمد نصيف (1980):، الرياضيات عند العرب ، منشورات دار الجاحظ للنشر، الجمهورية العراقية

عبد اللطيف، علي اسحق(1993): عالم الهندسة الرّياضية ابن الهيثم ، منشورات الجامعة الاردنية، عمان ، الاردن .

الخوارزمي، محمد بن موسى (1939): كتاب الجبر والمقابلة ، تقديم علي مصطفى مسرفة ومحمد مرسي احمد ، القاهرة

ريتش، بارنيت (2004) : الجبر الأساسي ، ، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية –القاهرة- مصر

الإعلان العالمي لحقوق الإنسان ، 1948 م.

العهد الدولي الخاص بالحقوق المدنية والسياسية ، 1966م.

العهد الدولي الخاص بالحقوق الاقتصادية والثقافية والاجتماعية ، 1966 م .

Kline , M,(1972): Mathematics Thought From Ancient to Modern Times , Oxford , N.Y

Lamborg.James(2005):Math reference,Wiley ,N.Y

Bell,E,T(1937): ,Men of Mathematics ,Simon and Schuter,N.Y

Friel,Suzan.Rashlin,Sid.Doyle,Dot.& others(2001): Navigating through Algebra in Grades 6-8. NCTM. RESTON, VIRGINIA .

لجنة المناهج الوزارية

د. صبري صيدم	د. بصري صالح	م. فواز مجاهد
أ. ثروت زيد	أ. عزام ابو بكر	أ. علي مناصرة
د. شهناز الفار	د. سمية النخالة	م. جهاد دريدي

اللجنة الوطنية لوثيقة الرياضيات:

أ. ثروت زيد	د. محمد صالح (منسقاً)	د. معين جبر	د. علي عبد المحسن
د. تحسين المغربي	د. عادل فوارعة	أ. وهيب جبر	د. عبد الكريم ناجي
د. عطا أبوهاني	د.سعيد عساف	د. محمد مطر	د. علا الخليلي
د. شهناز الفار	د. علي نصار	د. أيمن الأشقر	أ. أرواح كرم
أ.حنان أبو سكران	أ.كوثر عطية	د. وجيه ضاهر	أ.فتحي أبو عودة
د. سمية النخالة	أ.احمد سياعرة	أ.قيس شبانة	أ.مبارك مبارك
أ. عبد الكريم صالح	أ. أحلام صلاح	د. نسرين دويكات	أ. نشأت قاسم
أ. نادية جبر			

المشاركون في ورشات عمل الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الثامن

أ. أروى المشارقة	أ. فداء الحريبات	د. ختام حمارشة
أ. فاطمة نور	أ. أسماء أبو ناصر	أ. رحمة ضراغمة
أ. آمال البرميل	أ. فتحية حسن	أ. أماني شاور
أ. ناديا جبر	أ. حلمي حمدان	أ. فلسطين الخطيب
د. يحيى ماضي	أ. منى محيسن	أ. محمد الفرا
أ. نبيل سلمن	أ. رحمة عودة	د. وسام موسى
أ. عبد الله مهنا	أ. أشجان جبر	أ. نشأت قاسم
أ. إيناس زهران	أ. عبد الكريم صالح	أ. منال زرينة
أ. رائدة عويس	أ. خليل محيسن	أ.نادية جبر

المشاركون في ورشات إثراء الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الثامن:

د. نسرين دويكات	أ. آسيا العلامي	أ. أشجان جبر	أ. أماني بدر
أ. إسماعيل فخيدة	أ. إيناس زهران عيدة	أ. براء الكعبي	أ. خليل محيسن
أ. روان الصوص	أ. فداء عويس	أ. منال زرينة	أ. نادية جبر
أ. ندين عيسى	أ. نشأت قاسم		

تَمَّ بِحَمْدِ الله