دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
المركز الوطني للامتحانات والقياس والتقويم التربوي
الإدارة العامة للامتحانات العامة
الفرع: العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة: --
الجلسة: --

بسم الله الرحمن الرحيم



امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة
الدورة الاستكمالية لعام ٢٠٢٥ م

State Of Palestine
Ministry of Education & Higher Education
N. C. of exam, Assess & Edu. Evaluation
D. G. of General Examinations
اليوم: السبت
التاريخ: ٠٦ / ١٢ /٢٠٢٥م
مدة الامتحان: ثلاثة ساعات
مجموع العلامات: (٢٠٠) علامة

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً.

السؤال الأول: (٤٠ علامة)

أ) اختر الإجابة الصحيحة واكتبها في المكان المخصص في دفتر الإجابة: **(١٢ علامة)**

١. إذا كان $ن'(س) = \frac{١}{١+س^{٢}}$ ، $هـ(س) = ظا س$ ، فما قيمة $(ن \circ هـ)'(س)$ ؟

$قا^{٢} س$ $جتا^{٢} س$

$قا^{٢} س \, ظا^{٢} س$ ١

٢. ما قيمة الثابت ب الذي يجعل لمنحنى الاقتران $ق(س) = س^{٣} + ب س^{٢} - ٩س$ نقطة انعطاف عندما $س = -١$ ؟

-٤ -٣

٣ ٦

٣. ما مجموعة قيم س التي تجعل $\begin{bmatrix} س & ١ \\ ٦ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ س^{٢}+س & ٢ \end{bmatrix}$ ؟

$\{٢\}$ $\{٣، ٢\}$

$\{٢، -٣\}$ $\{-٣\}$

ب) إذا كان $ن(س) = \frac{٣}{س} + س^{٢}$ ، جد متوسط التغير في الاقتران $ن(س)$ عندما $س_{١} = ٤$، $\Delta س = -٣$.

(١٢ علامة)

ج) أجد قيمة كل من المحددات التالية: **(١٦ علامة)**

١. $\begin{vmatrix} ٢ & ٣ & -٤ \\ ١ & ٥ & ٦ \\ ٢ & ٣ & -٤ \end{vmatrix}$ ٢. $\begin{vmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{vmatrix}$

السؤال الثاني: (٤٠ علامة)

أ) اختر الإجابة الصحيحة واكتبها في المكان المخصص في دفتر الإجابة: (١٢ علامة)

١. إذا كان $ن(س) = ٧$ معرفا في الفترة $[١ ، ٤]$، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[١ ، ٤]$، فما قيمة $ك(\sigma_{ن} ، ن)$؟

٣ ٧

٢١ ٢٨

٢. إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} -٤ & ٣ \\ ٣ & ٧ \end{bmatrix}$، أي من المصفوفات التالية تساوي $٣(أ+ب)-ب$؟

$\begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ ٢١ & ١٧ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ ٢١ & ١٧ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ ٩ & ١٧ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ ٩ & ١٧ \end{bmatrix}$

٣. إذا كان $ن(س) = س \times هـ(٣س - ٤)$، وكان $ن(٢) = ١٢$ ، $هـ'(٢) = ٢$ ، فما قيمة $ن'(٢)$؟

٢٤ ١٦

٤ ١٨

ب) إذا كانت $ص = أس^{-٥} + \frac{٥}{س^{٤}}$ ، $س \neq ٠$ ، $أ \in ع$ ، أثبت أن $ص'' = \frac{٢٠ ص}{س^{٢}}$ (١٢ علامة)

ج) جد $\int_{-١}^{٢} (٤ - ٢س) د س$ مستخدما تعريف التكامل المحدود (١٦ علامة)

السؤال الثالث: (٤٠ علامة)

أ) اختر الإجابة الصحيحة واكتبها في المكان المخصص في دفتر الإجابة: (١٢ علامة)

١. ما قيمة $\int قتا^{٤}س \, ظتاس \, د س$؟

$\frac{-١}{٤} قتا^{٤}س + جـ$ $\frac{-١}{٥} قتا^{٥}س + جـ$

$\frac{-١}{٣} قتا^{٣}س + جـ$ $\frac{١}{٣} قتا^{٣}س + جـ$

٢) إذا كان $\int_{٢}^{٥} (٧ + ن(س)) د س = ٣٠$ و كان $\int_{٢}^{٣} ن(س) د س = ٦$ ، فما قيمة $\int_{٥}^{٣} ٢ن(س) د س$؟

٦ ٩

٥ -٦

تابع السؤال الثالث:

٣) إذا كان ق(س) = ٥ ، فما هي مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) ومحور السينات في الفترة [−١ ، ١]؟

٢٥ ١٠

صفر ٥

ب) جد النقط على منحنى العلاقة $\sqrt{س} + \sqrt{ص} = ٣$ التي يكون عندها المماس لمنحنى العلاقة موازيا للمستقيم ص + ٢س = ٥ . (١٦ علامة)

ج) جد $\int_{٠}^{١} (س^{٢} - ٢س)(س - ١)^{٥} \, دس$ (١٢ علامة)

السؤال الرابع: (٤٠ علامة)

أ) اختر الإجابة الصحيحة واكتبها في المكان المخصص في دفتر الإجابة: (١٢ علامة)

١) إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة $أ^{-١}$ ؟

$\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٤ & ٣ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} \frac{٣}{٢} & \frac{١}{٢} \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -١ & \frac{١}{٢} \\ ٢ & -\frac{٣}{٢} \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ١ & -\frac{١}{٢} \\ -٢ & \frac{٣}{٢} \end{bmatrix}$

٢) إذا كان ق(س) = لـو (جتاس) معرفا على الفترة $[٠ ، \frac{\pi}{٣}]$ ، ما القيمة العظمى المطلقة للاقتران ق(س)؟

$\frac{\pi}{٢}$ $\frac{١}{٢}$

١ صفر

٣) إذا كان ق(س) = ٤س^{٣} معرفا في الفترة [−٢ ، ٤] ، وكان ت(س) هو الاقتران المكامل له، فما قيمة ت(١) + ٢ ت(−٢) ؟

صفر ٦

−١٥ ٤

تابع السؤال الرابع

ب) عند حل المعادلتين ن س − ص = ٥ ، ك س + ص = ٣ ، (ن ، ك عددان حقيقيان لا يساويان صفر)،
باستخدام قاعدة كريمر وجد أن $\begin{bmatrix} ٢٧ & -٧ \\ ١٣ & -١ \end{bmatrix} = أ$. أس ، جد قيمة س . (١٤ علامة)

ج) إذا كان ق(س) = هـ $^{-(س-٢)^{٢}}$ ، س ∈ ع ، جد: (١٤ علامة)

١. فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

٢. القيم العظمى و الصغرى المحلية للاقتران ق(س) إن وجدت .

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من (سؤالين)، وعلى المشترك أن يجيب عن سؤال واحد فقط.

السؤال الخامس: (٤٠ علامة)

أ) اختر الإجابة الصحيحة واكتبها في المكان المخصص في دفتر الإجابة: (١٢ علامة)

١. ما مجموعة قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} - ٣ & ، \quad -١ < س \geq ٢ \\ ٣ - س & ، \quad ٢ < س < ٣ \end{cases}$ نقطة حرجة؟

{٠ ، ٢} {٠ ، ٣}

{٢ ، ٣} {٢}

٢. إذا بدء جسم التحرك في خط مستقيم من نقطة الأصل مبتعدا عنها وكانت سرعته في أي لحظة تعطى بالعلاقة ع(ن) = ٣ن^{٢} + ٢ن ، فما بعد الجسم عن نقطة الأصل بعد ثانيتين من بدء الحركة؟

٤ صفر

٨ ١٢

٣. إذا كان ص = لـو$_{هـ}$ (س^{٢})، فما قيمة هـ^{ص} × $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}}$ ؟

-٢ -١

$\frac{-١}{٢}$ هـ^{٢}

ب) جد $\int \left(\frac{س + ٥}{س - س^{٢}}\right) د س$. (١٤ علامة)

ج) جد حجم أكبر أسطوانة دائرية قائمة يمكن وضعها داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه ١٢ سم ونصف قطر، قاعدته ٤ سم. (١٤ علامة)

السؤال السادس: (٤٠ علامة)

أ) اختر الإجابة الصحيحة واكتبها في المكان المخصص في دفتر الإجابة: (١٢ علامة)

١. ما قيمة $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جاس جتاس}}{\text{س جا٢س}}$ د س؟ س $>$ ٠ .

$\frac{١}{٢س}$ $\frac{١}{٢}$ لـو$_{هـ}$ س + جـ

صفر $\frac{١}{س}$ + جـ

٢. إذا كانت ص = س^{٢} + هـ^{س} − ٣ ، فما قيمة أو قيم س التي تجعل ص $\perp$ ص

−٣ −٣، ١

٣، −١ −٢

٣. إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) في الفترة [١ ، ٥] يساوى (٣) ، وكان متوسط تغير الاقتران ق(س) في الفترة [٥ ، ١٣] يساوى (−٣)، فما قيمة متوسط تغير الاقتران ق(س) في الفترة [١ ، ١٣]؟

−٢ −١

١ ٢

ب) حدد نقاط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران ق(س) = ٣ جاس جتاس ، س ∈] ٠ ، π [

(١٤ علامة)

ج) إذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ $\left(\frac{\text{س}}{\text{ق(س)}} - ٦ \right)$ / $\left((٢ - س)^{٣} + \text{لـو}_{هـ} (س - ١)^{٢} \right) = \frac{١}{٢}$ ، جد ق(٢) ، ق$'$(٢)؟

(١٤ علامة)

انتهت الأسئلة

• السؤال الأول :

أ/ أ/ $ق(س) = \frac{1}{1+س^2}$ ، $ه(س) = ظاس$

$هـ(س) = قاس$

$(ه \circ هـ)'(س) = ق'(هـ(س))\, هـ'(س)$

$= ق'(ظاس) \times قاس$

$= \frac{1}{(1+ظاس)} \times قاس = \frac{قاس}{قاس} = 1$

ب/ $ه(س) = س^3 + ب س^2 - 9س$ ، نقطة انطواف عند $س = -1 \Leftarrow ق'(-1) = ؟$

$ق'(س) = 3س^2 + 2ب س - 9$

$ق'(س) = 6س + 2ب$

$ق'(-1) = -6 + 2ب = ؟ \Leftarrow 2ب = 6 \Leftarrow ب = 3$

أ.مي حواري

ج/

$$\begin{bmatrix} س & 1 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ س^3 + س & 2 \end{bmatrix}$$

$س = 2$ ⟹ $6 = س^3 + س \Leftarrow ؟ = س^3 + س - 6$

$؟ = (س + 3)(س + 2)$

إما $س + 3 = ؟$ أو $س + 2 = ؟$

$س = -3$ ، $س = 2$

$س = \{-3, 2\}$

$س = \{2\} \cup \{-3, 2\} = \{2\}$

د/ $ه(س) = \frac{س^3}{3} + س^2$ ، $س_1 = 3$ ، $\Delta س = س_2 - س_1$

$-3 = س_2 - 3 \Leftarrow 1 = س_2 - س_1$

متوسط التغير $= \frac{\Delta ه(س)}{\Delta س} = \frac{ه(س_2) - ه(س_1)}{س_2 - س_1}$

$= \frac{ه(1) - ه(4)}{-3} = \frac{(\frac{1}{3} + 6) - (\frac{4^3}{3} + 4^2)}{-3}$

$= \frac{4 - \frac{64}{3} - 16}{-3} = \frac{-\frac{12}{3} - 12}{-3} = \frac{4}{-3} \times \frac{-48}{1} = \frac{192}{3} = 64$

$= \frac{3}{8}$

هـ/ أ/

$$\begin{vmatrix} -4 & 3 & 2 \\ 6 & 5 & 1 \\ -4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = ؟$$

لأن $ص_1 = ص_3$ ⟹ $؟ = 0$

ب/ $|\overrightarrow{ص م}| = |\overrightarrow{م ص}| = \sqrt{١٢^٢ + ٥^٢} = \sqrt{١٤٤ + ٢٥} = \sqrt{١٦٩} = ١٣$

السؤال الثاني :

أ/ ١/ $م(\overrightarrow{ك ه}) = \frac{ن-د}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} ق(س_ر) = \frac{٤-١}{٣} \times ٧ \sum_{ر=١}^{٣} = \frac{٣}{٣} \times ٧ \times ٣ = ٢١$

٢/ $٣(د + ب) - ب = ٣د + ٣ب - ب = ٣د + ٢ب$

$= ٣ \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix} + ٢ \begin{bmatrix} ٣ & -٤ \\ ٧ & ٣ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٦ & -٣ \\ ١٥ & ٣ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٦ & -٨ \\ ١٤ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & -٢ \\ ٢١ & ١٧ \end{bmatrix}$

ب/ $ق(س) = س \times ه(٣س - ٤)$

$ق'(س) = س \times ه'(٣س - ٤) \times ٣ + ه(٣س - ٤)$

$ق'(٢) = ٢ ه'(٣ \times ٢ - ٤) \times ٣ + ه(٣ \times ٢ - ٤)$

$ق'(٢) = ٦ ه'(٢) + ه(٢)$

$ق'(٢) = ٦ \times ٢ + ٦ = ١٨$

$ق(٢) = ١٢ + ٦ = ١٨$

$٦ = ه(٢)$

$\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} ه'(٢)$

$ه(٢) = ٢ ه(٣ \times ٢ - ٤)$

$ه(٢) = ٢ ه(٢)$

ب/ $ص = ٣س^٥ + \frac{س^٤}{٥}$

$ص = ٣س^٥ + ٥س^{-٤}$

$ص = ١٥س^٤ + ٥ \times -٤ س^{-٥}$

$ص = ١٥س^٤ - ٢٠س^{-٥}$

$ص = ١٥س^٤ - \frac{٢٠}{س^٥}$

$ص = \frac{١٥س^٩ - ٢٠}{س^٥}$

$ص = \frac{٣(٥س^٩ - ٤)}{س^٥}$

$ص = \frac{٣(٥س^٩ - ٤)}{س^٥} \times \frac{س^٣}{س^٣}$

$ص = \frac{٣(٥س^{١٢} - ٤س^٣)}{س^٨}$

$ص = \frac{١٥(٥س^{١٢} - ٤س^٣)}{س^٨}$

$ص = \frac{١٥(٥س^{١٢} - ٤س^٣)}{س^٨} \neq ص = \frac{١٥}{س^٨}$

أ.مي حواري

اضلاع مشترك .

جـ/ $\int_{-١}^{٢} (٤ - ٢س) د س$

$ق(س) = ٤ - ٢س$ في $[-١٩٢]$

$ل = \frac{ب-د}{ن} = \frac{٢-(-١)}{٣} = \frac{٣}{٣}$

$س_ر = د + ر ل = -١ + \frac{١}{٣} ر$

$ق(س_ر) = ق(-١ + \frac{١}{٣} ر) = ٤ - ٢(-١ + \frac{١}{٣} ر) = ٤ + ٢ - \frac{٢}{٣} ر$

$= ٦ - \frac{٢}{٣} ر$

$م(\text{المنطقة}) = \frac{ب-د}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} ق(س_ر) = \frac{١}{٣} \sum_{ر=١}^{٣} (٦ - \frac{٢}{٣} ر)$

$$\leftarrow م(\text{المستطيل}) = \frac{3}{n}\left(\sum_{j=1}^{n} 7\frac{3}{n} - \sum_{j=1}^{n} 1\frac{3}{n}\right)$$

$$= \frac{3}{n}\left(\frac{7}{n^2}\times\frac{n(n+1)}{2} - 7n\right) = \frac{3}{n}\left(\sum_{j=1}^{n} \frac{7}{n}j - \sum_{j=1}^{n} 1\right)$$

$$= \frac{3}{n}\left(7n + 7 - 7n\right) = \frac{3}{n}(3n-3n-3) = \frac{3}{n}(-3n-3)$$

$$= \frac{-9n-9}{n}$$

$$\int_{-1}^{2}(4-3s)\,ds = \lim_{n\to\infty} م(\text{المستطيل}) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{-9n-9}{n}\right) = \frac{-9}{1} = -9$$

• السؤال الثالث

أ.مي حوّاري

أ/ $\int$ قتاس ظتاس ds

نفرض قتاس = ص

$-$ قتاس ظتاس ds = dص

$$\Leftarrow \int \text{قتاس} \times \text{قتاس ظتاس}\,ds = \int ص^3 \times -dص = \int -ص^3\,dص = -\frac{ص^4}{4} + ج$$

$$= -\frac{1}{4}\text{قتاس}^4 + ج$$

ب/ $\int_{0}^{2}(\text{ظا}(س)+\text{قا}(س))\,ds = 3 \Leftarrow \int_{0}^{2}\text{قا}(س)\,ds + \int_{0}^{2}\text{ظا}(س)\,ds = 3$

$$\Leftarrow \int_{0}^{2}\text{ظا}(س)\,ds + 7 = 3 \Leftarrow \int_{0}^{2}\text{ظا}(س)\,ds = 3$$

$$\Leftarrow \int_{0}^{2}\text{ظا}(س)\,ds = 9$$

$$\Leftarrow \int_{0}^{2}\text{ظا}(س)\,ds + \int_{2}^{5}\text{ظا}(س)\,ds = 3 \Leftarrow 7 + \int_{2}^{5}\text{ظا}(س)\,ds = 3$$

$$\Leftarrow \int_{2}^{5}\text{ظا}(س)\,ds = -4$$

$$\Leftarrow \int_{5}^{2}\text{ظا}(س)\,ds = 4 \Leftarrow \int_{2}^{5}\text{ظا}(س)\,ds = -4$$

$$\Leftarrow 12 + \int_{2}^{5}\text{ظا}(س)\,ds = 3$$

$$\Leftarrow \int_{2}^{5}\text{ظا}(س)\,ds = -9$$

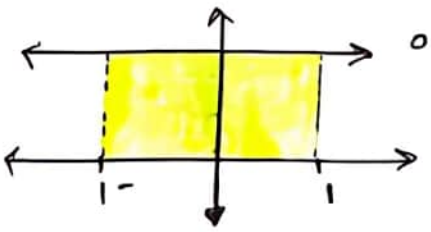
$$\Leftarrow \int_{0}^{5}\text{ظا}(س)\,ds = \int_{0}^{2}\text{ظا}(س)\,ds + \int_{2}^{5}\text{ظا}(س)\,ds = 9 - 3 = 6$$

$$\Leftarrow \int_{0}^{5}2\,\text{ظا}(س)\,ds = 2\int_{0}^{5}\text{ظا}(س)\,ds = 2\times 6 = 12$$

المطلوب $\int_{0}^{5}(2\,\text{ظا}(س)+3)\,ds = 12 + 15 = 27$

ج/ $ح = \int_{-1}^{1}\text{ظا}(س)\,ds$

$$= \int_{-1}^{1}(0)\,ds = 0(1-(-1)) = 0$$



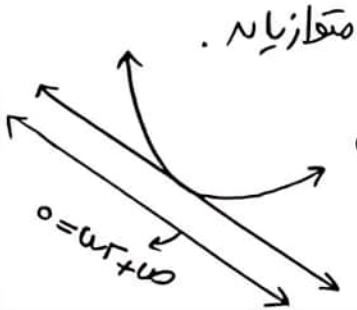
د/ $ص + 3س = 0 \Leftarrow ص = -3س + 2 = ميل المماس$ لأنها متوازيان .

نفرض نقطة التماس $(س_0, ص_0)$.

$س_0 + 3ص_0 = 3$ نشتق لـ س .

$$\frac{1}{2\sqrt{س}} + \frac{ص}{2\sqrt{ص}} = 0 \Leftarrow \frac{ص}{\sqrt{ص}} = -\frac{1}{\sqrt{س}}$$

$$ص = -س$$



$\frac{1}{2\sqrt{س}} + \frac{2\sqrt{ص}}{-2} = 0$ ← نفوضها في المنحنى

$\frac{1}{2\sqrt{س}} = \frac{1}{2\sqrt{ص}}$ ⇐ $\sqrt{ص} = 2\sqrt{س}$

$\sqrt{س} + \sqrt{ص} = 3$ ⇐ $\sqrt{س} + 2\sqrt{س} = 3$ ⇐ $\frac{3\sqrt{س}}{3} = \frac{3}{3}$ ⇐ $\sqrt{س} = 1$ ⇐ $س = 1$

نفوض $(س = 1)$ ⇐ $2 + \sqrt{ص} = 3$ ⇐ $\sqrt{ص} = 1$ ⇐ $ص = 1$

← نقطة التماس $(1, 4)$

أ. مي حواري

جـ/ $\int (س^3 - 3س)(س - 1)^2 \, د س$

نفرض $ص = (س - 1)$ ⇐ $ص^2 = (س - 1)^2$ ⇐ $ص^3 = س^3 - 3س^2 + 3س - 1$

$د ص = د س$

عندما $س = 0$ ⇐ $ص = 0 - 1 = -1$

عندما $س = 1$ ⇐ $ص = 1 - 1 = 0$

$\int_{-1}^{0} (ص^3 + 1)(ص)^2 \, د ص = \int_{-1}^{0} ص^5 + ص^2 \, د ص = \left[\frac{1}{6} ص^6 + \frac{1}{3} ص^3 \right]_{-1}^{0}$

$= \left(\frac{1}{6}(0)^6 + \frac{1}{3}(0)^3 \right) - \left(\frac{1}{6}(-1)^6 + \frac{1}{3}(-1)^3 \right) = -\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3} \right) = -\left(\frac{-1}{6} \right)$

$= \frac{1}{6}$

السؤال الرابع :

أ/ $|أ| = (3 \times 2) - (4 \times 1) = 6 - 4 = 2$

$أ^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}$

ب/ $ق(س) = \log_{\frac{1}{3}}(ظا س)$ متصل على $[0, \frac{\pi}{3}]$ لأنه ظا س > 0 على $[0, \frac{\pi}{3}]$

"الفكرة من داخله موجب"

$ق'(س) = \frac{جتا س}{ظا س} = 0$ ⇐ جتا س = 0 ⇐ $س = \frac{\pi}{2} \notin]0, \frac{\pi}{3}[$

المقام = 0 ⇐ ظا س = 0 ⇐ $س = 0 \notin]0, \frac{\pi}{3}[$

س الحرجة = $\{0, \frac{\pi}{3}\}$

$ق(0)$ غير معرف ← $ق(\frac{\pi}{3})$ عظمى

$ق(\frac{\pi}{3}) = \log_{\frac{1}{3}}(ظا \frac{\pi}{3}) = \log_{\frac{1}{3}}(\frac{1}{3})$ صفر موجبة

$ق(0) = \log_{\frac{1}{3}}(ظا 0) = \log_{\frac{1}{3}}(1) = 0$ نقطة مطلقة

سلوك ق

إشارة ق'

0 | + | $\frac{\pi}{3}$

٣/ $ق(س) = ٤س^{٣}$ و $س \in [-٢, ١]$.

$ن(س) = \int_{-٢}^{س} ق(ص)\,د ص \Rightarrow ن(١) = \int_{-٢}^{١} ٤ص^{٣}\,د ص = ص^{٤} \Big|_{-٢}^{١} = (١)^{٤} - (-٢)^{٤}$

$= ١ - ١٦ = -١٥$

$ن(١) + ٢ن(-٢) = -١٥ + ٢ \times ؟ = -١٥$

أ.مي حواري

ب/ $٢س + ص = ٥$ و $س + ٣ص = ٣$ *2 ∈ ح و/ن

$\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ \\ ٢ \end{bmatrix}$ ، $أ س = ب$ ، نأخذ المحدد للطرفين .

$\Rightarrow \begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ ١ & ٣ \end{vmatrix} = |أ||س| \Rightarrow (٢ \times ٣) - (١ \times ١) = |أ||س|$

$\Rightarrow ٥ = |أ||س|$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} ٣ & -١ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٧ \\ ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$

$|أ س| = \begin{vmatrix} ٧ & -١ \\ ٢ & ٢ \end{vmatrix} = (١٤) - (-٢) = ١٦$ نعوض $|أ س| = ١٦$ في (١)

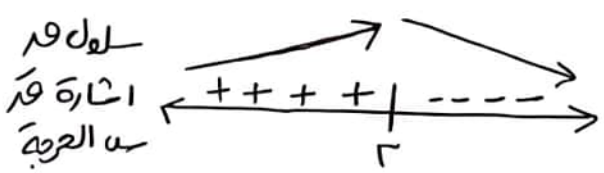
$\Rightarrow ٥ = |أ| \times ١٦ \Rightarrow |أ| = \frac{٥}{١٦}$

$س = \frac{|أ س|}{|أ|} \Rightarrow س = ١٦ \times \frac{٥}{١٦} \Rightarrow س = ٥$

د/ $ق(س) = ؟ e^{-(س-٢)^{٢}}$ متصل على $ح$

$ق'(س) = ؟ e^{-(س-٢)^{٢}} \times -٢(س-٢) = ٠$

$-٢ ؟ e^{-(س-٢)^{٢}} \neq ٠$ ∴ أو $(س-٢) = ٠ \Rightarrow س = ٢$



حل اشارة $ق'(س)$:

$ق(س)$ متزايدة على $]-\infty, ٢]$

وتناقصية على $[٢, \infty[$

٢/ $ق(٢) = ؟ e^{-(٢-٢)^{٢}} = ؟ e^{٠} = ١$ عظمى مطلقة لأنها وحيدة

• السؤال الخامس :

أ/ ١/ $ق(س) = \begin{cases} س^{٣} - ٣ & ؛ س \leq ٢ \\ ٣س & ؛ س > ٢ \end{cases}$

• ق متصل على $]-\infty, 2[$ حيث $ق(س) = س^2 - 3$ ، $ق(س) = 2س$

• عندما $س \geq 2$ فإن $ق(س) = 3 - س$ متصل ومشتق و $ق'(س) = -1$

• عند $س = 2$:

$ق(2) = 3 - 2 = 1$ ، $\lim_{س \to 2^-} (س^2 - 3) = 4 - 3 = 1$

$\lim_{س \to 2^+} (3 - س) = 3 - 2 = 1$

$\Rightarrow$ $ق(س)$ متصل عند $س = 2$

$$ق(س) = \begin{cases} 2س & ، س < 2 \\ -1 & ، س = 2 \\ 3 - س & ، س > 2 \end{cases}$$

$ق'(2^+) = -1$

$ق'(2^-) = 2 \times 2 = 4$] $\neq$ $ق'(2)$ غير موجود

$ق'(س) = ث$:

عند $س < 2$ / $2س = ث \Rightarrow س = ث \in]-\infty, 2[$

عند $س > 2$ / $-1 \neq ث$

س الحرجة $= \{ث, 2\}$.

أ.مي حواري

أ/ $ع(ن) = ن^3 + 2ن$ / $ف(ن) = ث$

$ع'(ن) = 3ن^2 + 2ن$ $ن = ف$ $\Rightarrow$ $ف = ن^3 + ن^2 + ج$

$ف(ن) = ث = ج$

$\Rightarrow ف = ن^3 + ن^2$

$ف(2) = 2^3 + 2^2 = 8 + 4 = 12$

ب/ $ص = \log_{هـ} س$ $\Rightarrow$ $هـ^{ص} = س$

$ص = \log_{هـ} س$ (2)

$ص = 2 \log_{هـ} س$

$ص' = \frac{2}{س}$ $\Rightarrow$ $ص' = \frac{2}{س^2}$ $\Rightarrow$ $ص' \times س^2 = 2$

$ص' \times هـ^{ص} = 2$

ج/ $\int \frac{س - س^2}{(س-5)^3}$ $ث س = \int \frac{س(1-س)}{(س-5)^3}$

$$\frac{س(1-س)}{(س-5)^3} = \frac{أ}{س} + \frac{ب}{1-س} + \frac{ج}{(س-5)^3}$$

$\Rightarrow س - 5 = أ(1-س)^2 + ب س(1-س) + ج س$

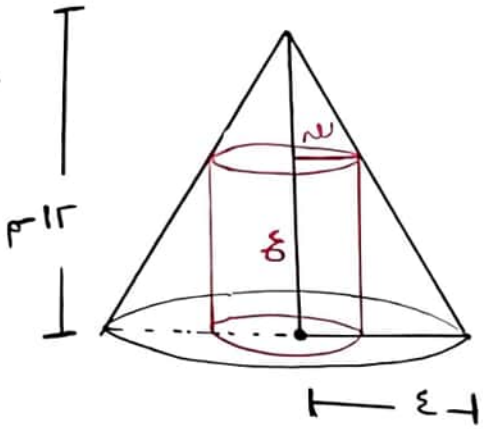
عندما $س = 0 \Rightarrow -5 = أ$

عندما $س = 1 \Rightarrow 1 - 5 = ج \Rightarrow ج = -4$

$$\int \frac{س}{(س-5)^3} ث س = \int \frac{-5}{س} + \frac{-4}{(1-س)^3} ث س = -5 \int \frac{1}{س} ث س + 4 \int \frac{1}{(1-س)^3} ث س$$

$= -5 \log_{|هـ|} |س| + 4 \log_{|هـ|} |1-س| + ث$

ج/ نفرض ارتفاع الأسطوانة = ع ، نصف القطر = نق .



حجم الاسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع

ح = π نق^{٢} ع ← اقتران الصدف

ح = π نق^{٢} (١٢ − ٣ نق)

ح = π (١٢ نق^{٢} − ٣ نق^{٣})

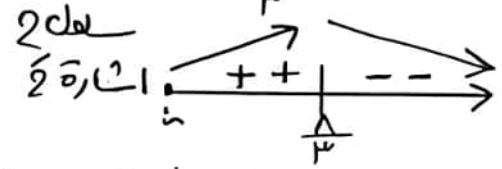
$\frac{ح}{\pi}$ = (٢٤ نق − ٩ نق^{٢}) = ن

ن = نق (٢٤ − ٩ نق)

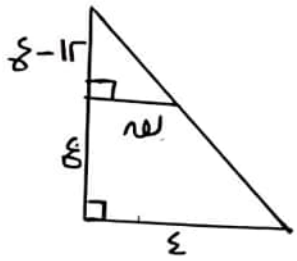
إما نق = ٠ ← X

أو ٢٤ − ٩ نق = ن ← $\frac{ن}{٩}$ = $\frac{٢٤}{٩}$ نق

نق = $\frac{٨}{٣}$



عند نق = $\frac{٨}{٣}$ تأخذ ح قيمة "وحيدة" ممكنا أكبر حجم ممكن.



من تشابه المثلثات :

$\frac{ع}{نق}$ = $\frac{١٢}{١٢ - ع}$ ← ٣ نق = ١٢ − ع

علاقة مساعدة ع = ١٢ − ٣ نق

ح = π ($\frac{٨}{٣}$)^{٢} (١٢ − ٣ × $\frac{٨}{٣}$) = π × $\frac{٦٤}{٩}$ × ٤ = $\frac{٢٥٦\pi}{٩}$ م^{٣}

السؤال السادس

أ/ $\int \frac{ك}{ظا س}$ د س = $\int$ (جتا س / جا س) (جتا س / ٢ جا س جتا س) د س = $\int \frac{١}{٢ جا س}$ د س

٣/ ص = س^{٣} + هـ س − ٣

ص$'$ = ٣ س^{٢} + هـ س

ص$'$ = ص ← ٣ س^{٢} + هـ س = ٣ س^{٢} + هـ س − ٣

٣ س^{٢} − ٣ س = ٠

(س + ١)(س − ٣) = ٠

إما س + ١ = ٠ ← س = −١

أو س − ٣ = ٠ ← س = ٣

س = {−١ ، ٣}

أ. مي حواري

٤/ $\frac{د ف(س)}{د س}$ في [٥ ، ١] = ٣ ← $\frac{ف(٥) - ف(١)}{٥ - ١}$ = ٣ ← ف(٥) − ف(١) = ١٢ ... (١)

$\frac{د ف(س)}{د س}$ في [١٣ ، ٥] ← $\frac{ف(١٣) - ف(٥)}{١٣ - ٥}$ = −٣ ← ف(١٣) − ف(٥) = −٣٢ ... (٢)

بجمع (١) + (٢) / ف(١٣) − ف(١) = −٢٠

$\frac{د ف(س)}{د س}$ في [١ ، ١٣] = $\frac{ف(١٣) - ف(١)}{١٣ - ١}$ = $\frac{-٢٠}{١٢}$ = −١

د/ $\lim_{س\to 2} \frac{ق(س)}{(2-س)^3 + 2\ln(س-1)} = \lim_{س\to 2} \left(\frac{\frac{ق(س)}{س}}{\frac{ق(س)-س}{(2-س)^3 + 2\ln(س-1)}} \right) = \frac{1}{2}$

المقام/ $(2-2)^3 + 2\ln(2-1) = ن + 2 \times ن = ن$ والنهاية موجودة

$\Leftarrow$ البسط $= ن \Leftarrow \frac{ق(2)}{ق(2)-2} = ن \Leftarrow ق(2) - 2 = ن \Leftarrow \frac{1}{6} ق(2) = \frac{1}{6} \Leftarrow ق(2) = \frac{1}{3}$

$\Leftarrow \lim_{س\to 2} \frac{ق(س)}{ق(س)-س}$ باستخدام لهوبتال

$\Leftarrow \lim_{س\to 2} \frac{ق(س)}{ق(س)((2-س)^3 + 2\ln(س-1))} = \frac{1}{2}$

$\Leftarrow \lim_{س\to 2} \frac{ق(س)}{ق(س)(-3(2-س)^2 + \frac{1}{س-1}) + ق(س)((2-س)^3 + 2\ln(س-1))} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{\frac{1}{3} \times 3} = \frac{1}{ق(2)(-3\times ن + \frac{1}{2}) + ق(2)(ن + 2\ln 1)} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{6ق(2) - 1} \Leftarrow 6ق(2) - 1 = 2 \Leftarrow ق(2) = \frac{3}{3} = 1$

$\Leftarrow ق(2) = \frac{6}{2}$

ب/ $ق(س) = 3جاس جتاس = 3 \times \frac{1}{2} جا(2س) = \frac{3}{2} جا(2س)$ $\quad ق(س) \in]ن, 2\pi[$

$ق(س) = \frac{3}{2} جا(2س) \Leftarrow ق(س) = \frac{3}{2} \times 2 جتا(2س)$

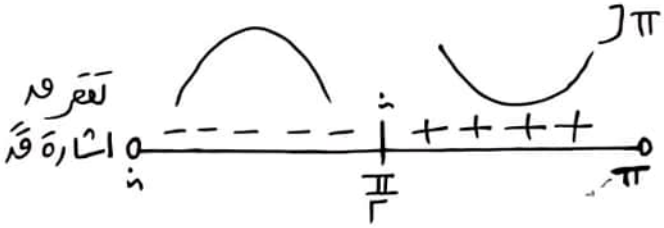
$ق(س) = 3جتا(2س) = ن$

$جا(2س) = ن$

$2س = ن \Leftarrow س = ن \notin]ن, 2\pi[$

أو $2س = \pi \Leftarrow س = \frac{\pi}{2} \in]ن, 2\pi[$ ✓

أو $2س = 2\pi \Leftarrow س = \pi \notin]ن, 2\pi[$



$* ق(\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{3} جا(2 \times \frac{\pi}{2}) = \frac{2}{3} جا(\pi)$

$= ن$

$\Leftarrow (\frac{\pi}{2}, ن)$ نقطة انعطاف ق متصل عندها وتغير من تقعر حولها.

أ. مي حواري

المكتبة الفلسطينية الشاملة للمعلم والطالب
تحضير دروس - اختبارات - أوراق عمل

لتحميل المزيد من موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

http://www.sh-pal.com

تابعنا على صفحة الفيس بوك: www.facebook.com/shamela.pal

تابعنا على قنوات التلجرام: www.sh-pal.com/p/blog-page_42.html

أقسام موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة:

الصف الأول: www.sh-pal.com/p/blog-page_24.html

الصف الثاني: www.sh-pal.com/p/blog-page_46.html

الصف الثالث: www.sh-pal.com/p/blog-page_98.html

الصف الرابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_72.html

الصف الخامس: www.sh-pal.com/p/blog-page_80.html

الصف السادس: www.sh-pal.com/p/blog-page_13.html

الصف السابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_66.html

الصف الثامن: www.sh-pal.com/p/blog-page_35.html

الصف التاسع: www.sh-pal.com/p/blog-page_78.html

الصف العاشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_11.html

الصف الحادي عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_37.html

الصف الثاني عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_33.html

ملازم للمتقدمين للوظائف: www.sh-pal.com/p/blog-page_89.html

شارك معنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_40.html

اتصل بنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_9.html