State Of Palestine
Ministry of Education & Higher Education
Directorate of Education - Jerusalem Suburbs – Alram

بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم/ضواحي القدس

الامتحان الموحد

اليوم: الاربعاء
التاريخ: ٦ / ٥ /٢٠٢٦م
مدة الامتحان: ساعتان وخمس وأربعون دقيقة
مجموع العلامات: (١٠٠) علامة

الفرع: العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة: الثانية
الجلسة: --

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً.

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

أ)يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

١.إذا كان $\sigma_{١٠} = \{١، ١، ...، ٥٢، ب\}$ تجزئة منتظمة للفترة $[١، ب]$ ، ما قيمة $\sum_{ر=١}^{٩} (س_ر - س_{ر-١})$؟

٢٦ ٢٩
٣٠ ٣٣

٢. ما ناتج $\int (جا^٢س + ظا^٢س جا^٢س) ؤس$؟

٢س - جا٢س - ظاس + جـ س - ظاس + جـ
٢س - $\frac{١}{٢}$جا٢س - ظاس + جـ ظاس - س + جـ

٣. إذا كانت أ، ب مصفوفتان مربعتان غير منفردتان من الرتبة الثالثة وكان $|ك أ^{-١} ب^{-١}| = ٦٤$ ، $|أ| = ٤$ ، $|ب| = -٢$

ما قيمة الثابت ك ؟

-٢ ٢
$-٢\sqrt{٢}$ $٢\sqrt{٢}$

ب) إذا كانت $أ_{هـ}$ مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية بحيث أن مدخلاتها تعطى بالعلاقة $أ_{هـ} = \begin{cases} ي + هـ & ، ي \leq هـ \\ ٢ & ، ي > هـ \end{cases}$ ،

وكان $ب^{-١} = \begin{bmatrix} ٣ & -١ \\ ٤ & ١ \end{bmatrix}$ ، جد المصفوفة س بحيث أن $٢س - (أ^{-١} ب)^{-١} = س \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ١ & ٥ \end{bmatrix}$ (٦ علامات)

ج) استخدم تعريف التكامل المحدود لإيجاد $\int_{١}^{٤} (١ - ٢س) ؤس$؟ (٨ علامات)

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

١. إذا كان $ن(س) = ٢س$ ،اقتراناً معرفاً على الفترة $[-٢، ١]$، ولتكن $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة نفسها، بحيث أن

$ر(ن، \sigma_{ن}) = -٨ - \frac{أ ن^٢ - ٣ن}{٢ن^٢ + ٣}$ ، فما قيمة الثابت أ؟

-٢٢ ٢٢
-١٠ ١٠

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

تابع السؤال الثاني:

٢. إذا كان ق(س)، هـ(س) اقترانين أصليين للاقتران ن(س) فإذا علمت أن ق(س) = (أ − ١)س^{٢} + ٦س − ٣ ،

هـ(س) = س^{٢} − بس − ١ ، ما قيمة $\int_{أ}^{ب}$ ن(س) دس؟

−١٦	صفر
١٢	٨

٣. إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} قا^{٢}س & -١ \\ ظاس & جا^{٢}س \end{bmatrix}$ ، حيث س ∈ $\left]\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi ٣}{٢}\right[$ فما قيمة/ قيم س التي تجعل المصفوفة أ منفردة؟

$\frac{\pi ٣}{٤}، \frac{\pi ٥}{٤}$	$\frac{\pi ٣}{٤}$
$\pi، \frac{\pi ٣}{٤}$	$\frac{\pi ٥}{٤}$

ب) إذا كان ت(س) = $\begin{cases} أس^{٣} - بس، & -١ \leq س \geq ١ \\ جس^{٢} + ٢س + ١، & ١ < س \geq ٤ \end{cases}$ ،

هو الاقتران المكامل للاقتران ن(س) المتصل على الفترة [−١، ٤] جد:

١) قيم الثوابت أ، ب، جـ. ٢) $\int_{١}^{٣}$ ن(س) دس. (٧ علامات)

ج) جد $\int \frac{هـ^{٤س}}{هـ^{٢س} - هـ^{س} - ٢}$ دس (٧ علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

١. إذا كان ن$'$(س) = قتا^{٢}س ن(س) : ن(س) ≠ ٠ ، س ∈]٠، π[، فإذا علمت أن ن$\left(\frac{\pi}{٤}\right)$ = ١، فما قيمة ن$\left(\frac{\pi}{٢}\right)$؟

هـ	هـ^{٢}
$\frac{١}{هـ}$	$\frac{١}{هـ^{٢}}$

٢. إذا كان ق(س) = $\frac{أس}{س + ٢}$ ، σ$_{٣}$ تجزئة للفترة [−١، ٦] ، بحيث أن σ$_{٣}$ = {−١، ١، ٢، ٣، ٦} ، فإذا علمت أن

ق(σ$_{٣}$، ن) = $\frac{١٤}{٥}$ ومعتبراً س$_{٠}$ = س$_{ر-١}$ ، ما قيمة الثابت أ ؟

−٢	٢٢
−٤	٢٨

٣. إذا كان $\int_{٣}^{٦}$ ن(س − ٢) دس = −٣، وكان $\int_{١}^{٦}$ (٣ن(س) + ٢س) دس = ١١، فما قيمة $\int_{٦}^{٤}$ ن(س) دس؟

−٨	−٥
٨	٥

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

تابع السؤال الثالث:

ب) عند حل نظام من المعادلات الخطية بمتغيرين بطريقة كريمر وجد أن $(\text{لـ} + \text{أ}\,\text{س}) = \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٨ & ٦ \end{bmatrix}$،

$\text{أ} = \begin{bmatrix} ١ & ٢- \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$ ، جد قيمة كلاً من س، ص ؟ (٧علامات)

ج) إذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند أي نقطة عليه يعطى بالعلاقة $\frac{-١}{\left(\text{س لـو}_{\text{هـ}}\,\text{س}\right)}$ ، س > ٠،

جد قاعدة الاقتران ق(س) عند النقطة (١، ٠)الواقعة عليه؟ (٧علامات)

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

١. إذا كان $\text{أ} = \begin{bmatrix} \text{س} - \text{ص} & ٠ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $\text{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٣ & ٢\text{ص} - ٥ \end{bmatrix}$ ، وكان أ = ب فما قيمة $\text{أ}^{٤}$؟

$\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٨١ & ١ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ٨١ & ٤ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ١٢ & ١ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ١٢ & ٤ \end{bmatrix}$

٢. إذا كان $\int_{٢}^{٤} \text{ك}[\text{س} - ١]\,\text{د س} = ٩$، فما قيمة الثابت ك؟

-٦ ٦

-٣ ٣

٣. إذا كان $\int_{\text{س}}^{١} \text{ق}(\text{ص})\,\text{د ص} = \text{س}^{٢} + \text{أس} - ٥$ ، فما قيمة ق(٢)؟

-٨ ٨

-٤ ٤

ب) قذف جسم رأسياً لأعلى من قمة برج بسرعة ابتدائية مقدارها (٣٠ م/ث)، وبتسارع ثابت مقداره $(-١٠\ \text{م/ث}^{٢})$،
فإذا كان الجسم على ارتفاع (١٦٠ م)من سطح الأرض بعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة، جد:

- أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض. (٦علامات)

ج) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $\text{ق}(\text{س}) = |\text{س}^{٢} - ٣\text{س} - ٤|$ والمستقيم ص = س + ١؟

(٨علامات)

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من (سؤالين)، وعلى المشترك أن يجيب عن سؤال واحد فقط.

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

١. إذا كانت σ تجزئة منتظمة للفترة $[-٢، ٣٤]$، وكان العنصر الثالث عشر يساوي (٤) فما عدد عناصر التجزئة ؟

٧٠ | ٧١
٧٢ | ٧٣

٢. ما ناتج $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{\text{قتا}^{٢} س}{\text{ظتا س}}$ هـ $س$؟

$١ - هـ$ | $هـ - ١$
$هـ^{-١} - ١$ | $١ - هـ^{-١}$

٣. إذا كانت أ مصفوفة مربعة ثنائية غير منفردة بحيث أن $أ^{٢} - ١٣ أ + ٢ ك_{٢} = و_{٢}$ ، فأي العبارات الأتية صحيحة؟

$١٢^{-١} = أ - ٣ ك_{٢}$ | $أ^{-١} = ١٢ - ٣ ك_{٢}$
$١٢^{-١} = ٣ ك_{٢} - أ$ | $أ^{-١} = ١٢ - ٣ ك_{٢}$

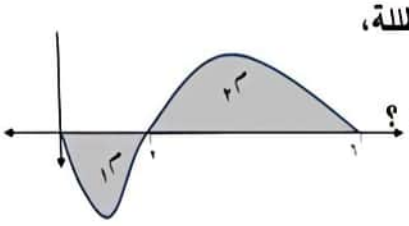
ب) جد ناتج $\int س^{٦} \sqrt[٣]{س^{٧} + س^{٣}}$ $س$؟ (٦علامات)

ج) إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ١ & س & ٠ \\ ١ & ٥ & ٣ \\ ٤ & ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & -٣ & ٧ \\ ص & -٤ & ١٠ \\ -٢ & ٨ & -١٩ \end{bmatrix}$ ، جد قيمة $|أ - أ^{-١}|$؟ (٨علامات)

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

١. الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق (س) وكان $ك_{٢} ك_{١} = ٢ ك_{٣}$، وكان $\int_{٠}^{٦} ق(س) س س = ١٠$، فما قيمة $\int_{٠}^{٢} ق(س) س س$ ؟



-٤ | $٢٠-$
٤ | ٢٠

٢. إذا كان $\int_{١}^{هـ} س ق(س) س س = ١$، ما قيمة $\int_{٠}^{٢} هـ^{س} ق\left(\sqrt[٣]{هـ^{س}}\right) س س$ بدلالة الثابت ا؟

$٢ + ا$ | ١٢
$٢ - ا$ | $ا \frac{١}{٢}$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

تابع السؤال السادس:

٣. إذا كانت أ،ب، مصفوفتين مربعتين وغير منفردتين، ك∈ ح $^{+}$ أي العبارات الأتية صحيحة دائماً؟

$|ك أ| = |أ|^{٢} ك$ $|ك أ ب^{-١}| = |(ك ب)^{-١}|$

$|(ك أ)^{-١}| = |أ^{-١}|^{٢} ك$ $(\frac{١}{ك} أ)^{-١} = ك أ^{-١}$

ب) إذا كان $-٣ \leq ن'(س) \leq ٢$، $\forall$ س ∈ [١،٣]، دون حساب التكامل بين أن

$\int_{١}^{٣} (ن'(س) + (س-١)^{٢}) ى س \geq ٢٦$ (٦علامات)

ج) إذا كان منحنى الاقتران ن(س) يمر بالنقطة (١،٠)، وله مماس أفقي عند النقطة (٢،-٣)، إذا علمت أن

$\int_{٠}^{٢} (ن(س) ن''(س)) ى س = ٤$ جد : $\int_{٠}^{٢} (س ن(س) ن''(س) + س (ن'(س))^{٢}) ى س$ ؟ (٨علامات)

انتهت الأسئلة

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

State Of Palestine
Ministry of Education & Higher Education
Directorate of Education - Jerusalem Suburbs – Alram

بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم/ضواحي القدس

اليوم: الأربعاء
التاريخ: ٦ / ٥ /٢٠٢٦م
مدة الامتحان: ساعتان وخمس وأربعون دقيقة
مجموع العلامات: (١٠٠) علامة

الاجابة النموذجية للامتحان الموحد

الفرع: العلمي
المبحث: الرياضيات
الورقة: الثانية
الجلسة: --

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً.

السؤال الأول: (٢٠ علامة)

أ)يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

١.إذا كانت $\sigma_{١٠} = \{أ، أ+١، ..... ، ٢٥، ب\}$ تجزئة منتظمة للفترة $[أ، ب]$ ، ما قيمة $\sum_{ر=١}^{١٠} (س_ر - س_{ر-١})$ ؟

٣٣ ٢٩
٣٠ ٢٦

الحل:

$س_١ = ١ = أ + \frac{ب-أ}{١٠}$ ← $١٠ = ٩أ + ب$

$س_٩ = ٢٥ = أ + \frac{ب-أ}{١٠} \times ٩$ ← $٢٥٠ = أ + ٩ب$

بحل المعادلتين ينتج أن : $أ = -٢$ ، $ب = ٢٨$

قيمة $\sum_{ر=١}^{١٠} (س_ر - س_{ر-١}) = ب - أ = ٢٨ + ٢ = ٣٠$

٢ما ناتج $\int (جا^٢س + ظا^٢س جا^٢س)\, د س$ ؟

٢س−جا٢س − ظاس + جـ س − ظاس+جـ
٢س − $\frac{١}{٢}$جا٢س − ظاس+جـ ظاس − س+جـ

الحل:

$\int (جا^٢س + جا^٢س ظا^٢س)\, د س = \int جا^٢س (١ + ظا^٢س)\, د س$

$\int جا^٢س \, قا^٢س \, د س = \int ظا^٢س \, د س$

$\int (قا^٢س - ١)\, د س = ظاس - س + جـ$

٣. اذا كانت أ ، ب مصفوفتان مربعتان غير منفردتان من الرتبة الثالثة وكانت $|ك أ^٢ ب^{-١}| = ٦٤$ ، $|أ| = ٤$ ، $|ب| = -٢$ ، ما قيمة الثابت ك ؟

-٢ $-\sqrt{٢}$
$\sqrt{٢}$ ٢

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

الحل: $|ك^{٢} ا^{٢} ب^{-١}| = ٦٤ \leftarrow ك^{٣} \left|\frac{١}{ب}\right| ا^{٢} = ٦٤$

$ك^{٣} \times ٤^{٢} \times \frac{١}{-٢} = ٦٤ \leftarrow ك^{٣} = -٨ \leftarrow ك = -٢$

ب) إذا كانت أ مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية بحيث أن مدخلاتها تعطى بالعلاقة $أ_{ي هـ} = \begin{cases} ي + هـ & ، ي \leq هـ \\ ٢ & ، ي > هـ \end{cases}$

وكان $ب^{-١} = \begin{bmatrix} ٣ & -١ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$، جد المصفوفة س بحيث أن $٢س - \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix} س = (ا^{-١} ب)^{-١}$ (٦ علامات)

الحل :

$$ا = \begin{bmatrix} ا_{١١} & ا_{١٢} \\ ا_{٢١} & ا_{٢٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١+١ & ١+٢ \\ ٢+٢ & ٢+١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$٢س - \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix} س = (ا^{-١} ب)^{-١} \leftarrow ٢س - \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix} س = ب^{-١} ا$$

$$\left(٢ك_{٢} - \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}\right) س = \begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$\left(٢\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}\right) س = \begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ١ & -٣ \\ ١ & -٥ \end{bmatrix} س = \begin{bmatrix} ٧ & ١٠ \\ ١٤ & ١٨ \end{bmatrix}$$

$$\left(\begin{bmatrix} ١ & -٣ \\ ١ & -٥ \end{bmatrix}\right)^{-١} \begin{bmatrix} ١ & -٣ \\ ١ & -٥ \end{bmatrix} س = \left(\begin{bmatrix} ١ & -٣ \\ ١ & -٥ \end{bmatrix}\right)^{-١} \begin{bmatrix} ٧ & ١٠ \\ ١٤ & ١٨ \end{bmatrix}$$

$$ك_{٢} س = \begin{bmatrix} \frac{-١}{١٤} & \frac{-٣}{١٤} \\ \frac{-٥}{١٤} & \frac{-١}{١٤} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٧ & ١٠ \\ ١٤ & ١٨ \end{bmatrix} \leftarrow س = \begin{bmatrix} \frac{-٧}{٢} & \frac{-٣٢}{٧} \\ \frac{-٧}{٢} & \frac{-٣٤}{٧} \end{bmatrix}$$

ج) استخدم تعريف التكامل المحدود لايجاد $\int_{١}^{٤} (١ - ٢س) ى س$. (٨ علامات)

الحل: باعتبار $س_{ر}^{*} = س_{ر}$

$$س_{ر} = ا + \frac{ب - ا}{ن} ر \leftarrow س_{ر} = ١ + \frac{٤-١}{ن} ر \leftarrow س_{ر} = ١ + \frac{٣}{ن} ر$$

$$\int_{١}^{٤} (١ - ٢س) ى س = \lim_{ن \to \infty} \frac{ب - ا}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} ق(س_{ر}^{*} = س_{ر})$$

$$\int_{١}^{٤} (١ - ٢س) ى س = \lim_{ن \to \infty} \frac{٣}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} ق\left(١ + \frac{٣}{ن} ر\right)$$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

$$\int_{1}^{4}(1-2س)د س = \lim_{ن\to\infty} \frac{3}{ن}\sum_{ر=1}^{ن}\left(1-2\left(\frac{3}{ن}ر+1\right)\right)$$

$$\int_{1}^{4}(1-2س)د س = \lim_{ن\to\infty} \frac{3}{ن}\sum_{ر=1}^{ن}\left(-1-\frac{6}{ن}ر\right)$$

$$\int_{1}^{4}(1-2س)د س = \lim_{ن\to\infty} \frac{3}{ن}\left(-ن-\frac{6}{ن}\frac{ن(ن+1)}{2}\right)$$

$$\int_{1}^{4}(1-2س)د س = \lim_{ن\to\infty} \frac{3}{ن}(-4ن-3)$$

$$\int_{1}^{4}(1-2س)د س = \lim_{ن\to\infty} \left(-12-\frac{9}{ن}\right) = -12$$

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

١. إذا كان $ق(س) = 2س$ اقترانا معرفا على الفترة $[-1، 2]$ ولتكن $\sigma_ن$ تجزئة نونية منتظمة لنفس الفترة بحيث أن $ر(\sigma_ن، ق) = -8 + \frac{3ن - أ^2ن^2}{3 + 2ن^2}$ ، فما قيمة الثابت أ؟

-22	22
-10	10

الحل:

$$\int_{1}^{4} 2س د س = \lim_{ن\to\infty} ر(\sigma_ن، ق)$$

$$س^2\Big|_{1}^{2} = \lim_{ن\to\infty}\left(-8 + \frac{3ن - أ^2ن^2}{3 + 2ن^2}\right) \leftarrow \frac{أ}{2} - 8 = 1 - 4 \leftarrow أ = 10$$

٢. إذا كان $ر(س)$ ، $هـ(س)$ ،اقترانين أصليين للاقتران $ق(س)$ ،فاذاعلمت أن $ر(س) = (أ-1)س^2 + 6س - 3$،

$هـ(س) = س^2 - ب س - 1$، ما قيمة $\int_{أ}^{ب} أ د س$ ؟

-16	صفر
12	8

الحل: $(أ-1) = 1 \leftarrow أ = 2$

$-ب = 6 \leftarrow ب = -6$

أي أن $\int_{أ}^{ب} أ د س = \int_{2}^{-6} 2 د س = 2(-6-2) = -16$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

٣.اذا كانت أ = $\begin{bmatrix} قا^{٢}س & -١ \\ ظاس & جا^{٢}س \end{bmatrix}$ حيث س ∈ $\left[\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi٣}{٢}\right]$ ، فما قيمة / قيم س التي تجعل المصفوفة أ منفردة ؟

$\frac{\pi٣}{٤}، \frac{\pi٥}{٤}$

$\frac{\pi٣}{٤}$

$\frac{\pi٥}{٤}$

$\pi، \frac{\pi٣}{٤}$

الحل: المصفوفة المنفردة هي المصفوفة التي محددها = صفر :

$|أ| = قا^{٢}س جا^{٢}س + ظاس \leftarrow ظا^{٢}س + ظاس = ٠ \leftarrow ظاس(ظاس + ١) = ٠$

ظاس = ٠ $\leftarrow$ س = ٠ ∉ $\left[\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi٣}{٢}\right]$ ، س = π ∈ $\left[\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi٣}{٢}\right]$ ، س = ٢π ∉ $\left[\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi٣}{٢}\right]$

ظاس = −١ $\leftarrow$ س = $\frac{\pi٣}{٤}$ ∈ $\left[\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi٣}{٢}\right]$ ، س = $\frac{\pi٧}{٤}$ ∉ $\left[\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi٣}{٢}\right]$

ب) إذا كان ت(س) = $\begin{cases} أ س^{٣} - ب س & ، -١ \leq س \leq ١ \\ جس^{٢} + ٢س + ١ & ، ١ < س \leq ٤ \end{cases}$ ،هو الاقتران المكامل للاقتران ق(س) المتصل على [−١، ٤] ، جد : (٧ علامات)

١) الثوابت أ، ب، جـ

٢) $\int_{١}^{٣} ق(س) ؤس$

الحل: ت(−١) = ٠ $\leftarrow$ −أ + ب = ٠ ... (١)

$\lim_{س \to -١^{-}} ت(س) = \lim_{س \to -١^{+}} ت(س)$

$\lim_{س \to -١^{-}} (أ س^{٣} - ب س) = \lim_{س \to -١^{+}} (جس^{٢} + ٢س + ١)$ $\leftarrow$ −أ − ب = ج + ٣ .... (٢)

ت′(س) = $\begin{cases} ٣أ س^{٢} - ب & ، -١ < س < ١ \\ ٢جس + ٢ & ، ١ < س < ٤ \end{cases}$

ت′(١)$^{-}$ = ت′(١)$^{+}$ $\leftarrow$ ٣أ − ب = ٢جـ + ٢ ... (٣)

بحل المعادلات ينتج أن : أ = −٢ / ب = −٢ / جـ = −٣

ت(س) = $\begin{cases} -٢س^{٣} + ٢س & ، -١ \leq س \leq ١ \\ -٣س^{٢} + ٢س + ١ & ، ١ < س \leq ٤ \end{cases}$

$\int_{١}^{٣} ق(س) ؤس = ت(س)|_{١}^{٣} = ت(٣) - ت(١)$

$= (-٣ \times ٣^{٢} + ٢ \times ٣ + ١) - (-٢ \times ١^{٣} + ٢ \times ١) = -٢٠ + ٠ = -٢٠$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

ج) جد $\int \frac{هـ^{٤س}}{هـ^{٢س} - هـ^{س} - ٢}\, ودس$ (٧ علامات)

الحل: $ع = هـ^{س}$ ← $\frac{ودع}{ودس} = هـ^{س}$ ← $ودس = \frac{ودع}{هـ^{س}} = \frac{ودع}{ع}$

$$\int \frac{هـ^{٤س}}{هـ^{٢س} - هـ^{س} - ٢}\, ودس = \int \frac{ع^{٤}}{ع^{٢} - ع - ٢} \frac{ودع}{ع} = \int \frac{ع^{٣}}{ع^{٢} - ع - ٢}\, ودع$$

نبدأ بالقسمة الطويلة :

$$\begin{array}{r|l} ع^{٣} & ع^{٢} - ع - ٢ \\ \hline & ع + ١ \\ ع^{٣} - ع^{٢} - ٢ع & \\ \hline ع^{٢} + ٢ع & \\ ع^{٢} - ع - ٢ & \\ \hline ٣ع + ٢ & \end{array}$$

$$\int \frac{ع^{٣}}{ع^{٢} - ع - ٢}\, ودع = \int ع + ١ + \frac{٣ع + ٢}{ع^{٢} - ع - ٢}\, ودع$$

$$= \frac{ع^{٢}}{٢} + ع + \int \frac{٣ع + ٢}{(ع - ٢)(ع + ١)}\, ودع$$

$$= \frac{ع^{٢}}{٢} + ع + \int \frac{أ}{ع - ٢} + \frac{ب}{ع + ١}\, ودع$$

$$= \frac{ع^{٢}}{٢} + ع + \int \frac{أ(ع + ١) + ب(ع - ٢)}{(ع - ٢)(ع + ١)}\, ودع$$

$$٣ع + ٢ = أ(ع + ١) + ب(ع - ٢)$$

ع = ٢ : $٣ \times ٢ + ٢ = ٣أ$ ← $أ = \frac{٨}{٣}$

ع = -١ : $٣ \times -١ + ٢ = -٣ب$ ← $ب = \frac{١}{٣}$

$$\int \frac{ع^{٣}}{ع^{٢} - ع - ٢}\, ودع = \frac{ع^{٢}}{٢} + ع + \int \frac{\frac{٨}{٣}}{ع - ٢} + \frac{\frac{١}{٣}}{ع + ١}\, ودع$$

$$= \frac{ع^{٢}}{٢} + ع + \frac{٨}{٣} لـو_{هـ} |ع - ٢| + \frac{١}{٣} لـو_{هـ} |ع + ١| + جـ$$

$$= \frac{هـ^{٢س}}{٢} + هـ^{س} + \frac{٨}{٣} لـو_{هـ} |هـ^{س} - ٢| + \frac{١}{٣} لـو_{هـ} |هـ^{س} + ١| + جـ$$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

١. إذا كان $ن'(س) = ن(س)$قتا^{٢}س، $ن(س) \neq ٠$، فاذا علمت أن $ن\left(\frac{\pi}{٤}\right) = ١$ فما قيمة $ن\left(\frac{\pi}{٢}\right)$ ؟

هـ	هـ^{٢}
$\frac{١}{هـ}$	$\frac{١}{هـ^{٢}}$

الحل: $ن'(س) = ن(س)$قتا^{٢}س $\leftarrow$ $\frac{ن'(س)}{ن(س)}$ = قتا^{٢}س

$\int \frac{ن'(س)}{ن(س)} ؘس = \int$قتا^{٢}س ؘس $\leftarrow$ لـو$_{هـ}$|ن(س)| = −ظتاس + جـ

لـو$_{هـ}\left|ن\left(\frac{\pi}{٤}\right)\right|$ = −ظتا$\frac{\pi}{٤}$ + جـ $\leftarrow$ لـو$_{هـ}$|١| = −١ + جـ $\leftarrow$ جـ = ١

لـو$_{هـ}\left|ن\left(\frac{\pi}{٢}\right)\right|$ = −ظتا$\frac{\pi}{٢}$ + ١ $\leftarrow$ لـو$_{هـ}\left|ن\left(\frac{\pi}{٢}\right)\right|$ = ١ $\leftarrow$ $ن\left(\frac{\pi}{٢}\right)$ = هـ

٢. إذا كان $ن(س) = \frac{أ س}{س + ٢}$ وكانت $\sigma_{٣}$ تجزئة للفترة $[-١، ٦]$ بحيث أن $\sigma_{٣} = \{-١، ٢، ٣، ٦\}$، فاذا علمت أن $ر(\sigma_{٣}، ن) = \frac{١٤}{٥}$ ومعتبرا $س_{ر}^{*} = س_{ر-١}$ ، ما قيمة الثابت أ ؟

−٢	٢٢
−٤	٢٨

الحل: الفترات الجزئية هي : $[-١، ٢]$، $[٢، ٣]$، $[٣، ٦]$

$ر(\sigma_{٣}، ن) = \frac{١٤}{٥}$ $\leftarrow$ $\frac{١٤}{٥} = \sum_{ر=١}^{٣} ن(س_{ر}^{*}) \times \Delta س_{ر}$ $(س_{ر}^{*} = س_{ر-١})$

$$\frac{١٤}{٥} = ن(٣) + ن(٢)(٣) + ن(١)(١) + ن(-١)(٣)$$

$$\frac{١٤}{٥} = \left(\frac{١٣}{٥}\right)(٣) + \left(\frac{١}{٢}\right)(١) + (-أ)(٣)$$

$\frac{١٤}{٥} = -١٣ + \left(\frac{١}{٢}\right) + \left(\frac{١٩}{٥}\right)$ $\leftarrow$ $-١٧ = ٢٨$ $\leftarrow$ $-٤ = أ$

٣. إذا كان $\int_{٣}^{٦} ن(س - ٢) ؘس = -٣$، وكان $\int_{١}^{٦} (٣ن(س) + ٢س) ؘس = ١١$، فما قيمة $\int_{٦}^{٤} ن(س) ؘس$؟

−٨	−٥
٨	٥

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

الحل: $\int_{٣}^{٦} ن(س-٢)\,ds = -٣$ ← $ع = س-٢$ ← $ds = dع$

$ع|_{س=٣} = ٣-٢ = ١$ ، $ع|_{س=٦} = ٦-٢ = ٤$

أي أن : $\int_{٣}^{٦} ن(س-٢)\,ds = -٣ \equiv \int_{١}^{٤} ن(ع)\,dع = -٣$

$\int_{١}^{٦} (٣ن(س)+٢س)\,ds = ١١$ ← $٣\int_{١}^{٦} ن(س)\,ds + ٢\int_{١}^{٦} س\,ds = ١١$

$٣\int_{١}^{٦} ن(س)\,ds + س^{٢}|_{١}^{٦} = ١١$ ← $٣\int_{١}^{٦} ن(س)\,ds + (٣٦-١) = ١١$

$٣\int_{١}^{٦} ن(س)\,ds = -٢٤$ ← $\int_{١}^{٦} ن(س)\,ds = -٨$

$\int_{١}^{٦} ن(س)\,ds = \int_{١}^{٤} ن(س)\,ds + \int_{٤}^{٦} ن(س)\,ds$

$-٨ = -٣ + \int_{٤}^{٦} ن(س)\,ds$ ← $\int_{٤}^{٦} ن(س)\,ds = -٥$ ← $\int_{٦}^{٤} ن(س)\,ds = ٥$

ب)عند حل نظام من المعادلات الخطية بمتغيرين بطريقة كريمر وجد أن $(أس + أص) = \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٨ & ٦ \end{bmatrix}$ ، $ا = \begin{bmatrix} ١ & -٢ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$ ،

جد قيمة كلاً من س ، ص ؟ (٧علامات)

الحل:

$ا = \begin{bmatrix} ١ & -٢ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$ ← $أس = \begin{bmatrix} م & -٢ \\ ن & ١ \end{bmatrix}$ ، $أص = \begin{bmatrix} ١ & م \\ ٣ & ن \end{bmatrix}$

$(أس + أص) = \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٨ & ٦ \end{bmatrix}$ ← $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٨ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} م & -٢ \\ ن & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١ & م \\ ٣ & ن \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٨ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١+م & -٢+م \\ ٣+ن & ١+ن \end{bmatrix}$ ← $م = ٤$ ، $ن = ٥$

أي أن : $أس = \begin{bmatrix} ٤ & -٢ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}$ ، $أص = \begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ ٣ & ٥ \end{bmatrix}$

$|أس| = ١٤$ ، $|أص| = -٧$ ، $|ا| = ٧$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

$$س = \frac{|أس|}{|أ|} = ٢ \quad ، \quad ص = \frac{|أ^{س}|}{|أ|} = -١$$

ج)إذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند أي نقطة عليه يعطى بالعلاقة $\frac{-١}{(س \ لـ_{هـ} س)}$ ، س > ٠ ،

جد قاعدة الاقتران ق(س) عند النقطة (١ ، ٠) الواقعة عليه . (٧علامات)

الحل: $ق'(س) = م_{م} = س \ لـ_{هـ} س$

$ق(س) = \int س \ لـ_{هـ} س \ دس$

$هـ = لـ_{هـ} س \qquad دع = س دس$

$\frac{دهـ}{دس} = \frac{١}{س} \qquad \times \qquad \int دع = \int س دس$

$دهـ = \frac{دس}{س} \qquad - \qquad ع = \frac{س^{٢}}{٢}$

$ق(س) = \int س \ لـ_{هـ} س \ دس = \frac{س^{٢}}{٢} لـ_{هـ} س - \int \frac{س^{٢}}{٢} \frac{دس}{س}$

$ق(س) = \int س \ لـ_{هـ} س \ دس = \frac{س^{٢}}{٢} لـ_{هـ} س - \frac{س^{٢}}{٤} + جـ$

$هـ(١) = ٠ \quad \leftarrow \quad ق(١) = \frac{١^{٢}}{٢} لـ_{هـ}(١) - \frac{١^{٢}}{٤} + جـ = ٠ \quad \leftarrow \quad جـ = \frac{١}{٤}$

$ق(س) = \int س \ لـ_{هـ} س \ دس = \frac{س^{٢}}{٢} لـ_{هـ} س - \frac{س^{٢}}{٤} + \frac{١}{٤}$

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

١. إذا كان $أ = \begin{bmatrix} س - ص & ٠ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٣ & ٢ص - ٥ \end{bmatrix}$ ، وكان $أ = ب$ فما قيمة $ب^{٤}$؟

$\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٨١ & ١ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ١٢ & ١ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ٨١ & ٤ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ١٢ & ٤ \end{bmatrix}$

الحل: $\begin{bmatrix} س - ص & ٠ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٣ & ٢ص - ٥ \end{bmatrix} \leftarrow$

$١ = ٢ص - ٥ \leftarrow ص = ٣$

$س - ص = ١ \leftarrow س = ٤$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

$$أ = ب = \begin{bmatrix} س - ص & ٠ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ٣ - ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$ب^{٢} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٦ \end{bmatrix}$$

$$\text{أي أن : } ب^{٤} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ١٢ \end{bmatrix}$$

٢. إذا كان $\int_{٢}^{٤} ك[س - ١]\,د س = ٩$، فما قيمة الثابت ك؟

-٦	٦
-٣	[٣]

الحل : $[س - ١] = \begin{cases} ١ & ، ٢ \geq س < ٣ \\ ٢ & ، ٣ \geq س < ٤ \end{cases}$

$$\int_{٢}^{٤} ك[س - ١]\,د س = ٩ \quad \leftarrow \quad \int_{٢}^{٣} ك\,د س + \int_{٣}^{٤} ٢ك\,د س = ٩$$

$$\int_{٢}^{٣} ك\,د س + \int_{٣}^{٤} ٢ك\,د س = ٩ \quad \leftarrow \quad ك(٣ - ٢) + ٢ك(٤ - ٣) = ٩$$

$$٣ك = ٩ \quad \leftarrow \quad ك = ٣$$

٣. إذا كان $\int_{س}^{١} ق(ص)\,د ص = س^{٢} + أس - ٥$ ، فما قيمة ق(٢)؟

[-٨]	٨
-٤	٤

الحل: $\int_{١}^{س} ق(ص)\,د ص = ٥ - س^{٢} - أس$

$$ت(١) = ٠ \quad \leftarrow \quad ٥ - ١ - أ = ٠ \quad \leftarrow \quad أ = ٤$$

$$ت'(س) = ق(س) = -٢س - أ \quad \leftarrow ق(٢) = -٢(٢) - ٤ \quad \leftarrow \quad ق(٢) = -٨$$

ب) قذف جسم رأسياً لأعلى من قمة برج بسرعة ابتدائية مقدارها $(٣٠ م/ث)$، وبتسارع ثابت مقداره $(-١٠ م/ث^{٢})$، فإذا كان الجسم على ارتفاع $(١٦٠ م)$من سطح الأرض بعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة، جد أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض. (٦علامات)

الحل:

$$ع = \int ت\,د ن \quad \leftarrow \quad ع = \int -١٠\,د ن = -١٠ن + جـ$$

$$ع_{٠} = ٣٠ \quad \leftarrow \quad ٣٠ = -١٠ \times ٠ + جـ \quad \leftarrow \quad جـ = ٣٠ \quad \leftarrow \quad ع = -١٠ن + ٣٠$$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

ف = ∫ ع ن = ∫ (−١٠ ن + ٣٠) ن = −٥ ن^{٢} + ٣٠ ن + جـ

ف (٠) = ٠ ← جـ = ٠

أقصى ارتفاع يصله الجسم عندما سرعته تصبح صفر:

ع = ٠ ← −١٠ ن + ٣٠ = ٠ ← ن = ٣ ث

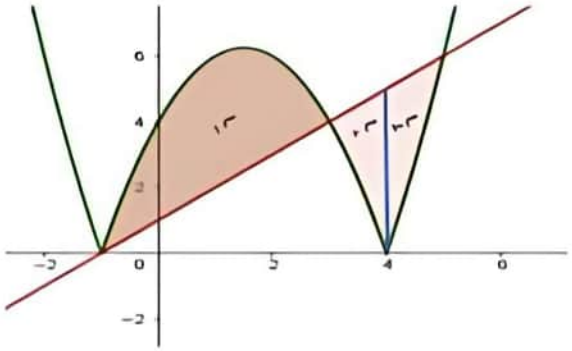
ف = −٥ ن^{٢} + ٣٠ ن ← ف$|_{ن=٣}$ = −٥ (٣)^{٢} + ٣٠ (٣) = ٤٥ م (أقصى ارتفاع عن سطح البرج)

ف$|_{ن=١}$ = −٥ (١)^{٢} + ٣٠ (١) = ٢٥ م (ارتفاع الجسم عن سطح البرج بعد ثانية من بدء الحركة)

ارتفاع البرج = ١٦٠ − ٢٥ = ١٣٥ م

أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض = ١٣٥ + ٤٥ = ١٨٠ م

ج) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق (س) = |س^{٢} − ٣س − ٤| والمستقيم ص = س + ١؟ (٨ علامات)



الحل: ق (س) = |س^{٢} − ٣س − ٤| = { س^{٢} − ٣س − ٤ ، س < −١ ؛ −س^{٢} + ٣س + ٤ ، −١ ≤ س ≤ ٤ ؛ س^{٢} − ٣س − ٤ ، س > ٤ }

نقاط التقاطع: س^{٢} − ٣س − ٤ = س + ١ ← س^{٢} − ٤س − ٥ = ٠ ← (س − ٥) (س + ١) = ٠

← س = ٥ ∈]٤ ، ∞[، س = −١ ∉]−∞ ، −١[

−س^{٢} + ٣س + ٤ = س + ١ ← س^{٢} − ٢س − ٣ = ٠ ← (س − ٣) (س + ١) = ٠

← س = ٣ ، س = −١ ∈ [−١ ، ٤]

م = م$_{١}$ + م$_{٢}$ + م$_{٣}$

م$_{١}$ = ∫$_{−١}^{٣}$ ((−س^{٢} + ٣س + ٤) − (س + ١)) ن = $\left|\frac{-س^{٣}}{٣} + س^{٢} + ٣س\right|_{−١}^{٣}$

$= \left(\frac{-٣^{٣}}{٣} + ٣^{٢} + ٣\times٣\right) - \left(\frac{-(-١)^{٣}}{٣} + (-١)^{٢} + ٣\times(-١)\right) = \frac{٣٢}{٣}$

م$_{٢}$ = ∫$_{٣}^{٤}$ ((س + ١) − (−س^{٢} + ٣س + ٤)) ن = $\left|\frac{س^{٣}}{٣} - س^{٢} - ٣س\right|_{٣}^{٤}$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

$$= \left(٣\times٣ - ٢(٣) - \frac{٣(٣)}{٣}\right) - \left(٤\times٣ - ٢٤ - \frac{٣٤}{٣}\right) = \frac{٧}{٣}$$

$$م_٣ = \int_{٤}^{٥} \left((س+١)-(س^٢-٣س-٤)\right) د س = \left[\frac{-س^٣}{٣} + ٢س^٢ + ٥س\right]_{٤}^{٥}$$

$$= \left(٤\times٥ + ٢(٤)^٢ + \frac{-(٤)^٣}{٣}\right) - \left(٥\times٥ + ٢٥\times٢ + \frac{-(٥)^٣}{٣}\right) = \frac{٨}{٣}$$

$$م = م_١ + م_٢ + م_٣ = \frac{٣٢}{٣} + \frac{٧}{٣} + \frac{٨}{٣} = \frac{٤٧}{٣}$$ وحدة مربعة

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من (سؤالين)، وعلى المشترك أن يجيب عن سؤال واحد فقط.

السؤال الخامس: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

١. إذا كانت σ تجزئة منتظمة للفترة $[-٢، ٣٤]$، وكان العنصر الثالث عشر يساوي (٤) فما عدد عناصر التجزئة ؟

٧٠ ٧١

٧٢ **٧٣**

الحل: العنصر الثالث عشر هو $س_{١٢} = أ + \frac{ب - أ}{ن} \times ر$

$٦ = ١٢ \times \frac{٣٦}{ن}$ ← $ن = ٧٢$

$٤ = -٢ + ١٢ \times \frac{٣٦}{ن}$ ←

← عدد عناصر التجزئة $= ن + ١ = ٧٣$

٢. ما ناتج $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{قتا^٢ س}{هـ^{ظتاس}} د س$ ؟

$١ - هـ$ $هـ^{-١} - ١$

$١ - هـ^{-١}$ $هـ - ١$

الحل: $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{قتا^٢ س}{هـ^{ظتاس}} د س = \int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} قتا^٢ س \, هـ^{-ظتاس} د س = -هـ^{-ظتاس} \Big|_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}}$

$= -هـ^{-ظتا\frac{\pi}{٢}} - (-هـ^{-ظتا\frac{\pi}{٤}}) = -هـ^{٠} + هـ^{-١} = -١ + هـ^{-١}$

٣. إذا كانت $أ$ مصفوفة مربعة ثنائية غير منفردة بحيث أن $أ^٢ - ١٣أ + ٣٦ح_٢ = و_٢$ ، فأي العبارات الأتية صحيحة؟

$١٢ = ١ - ٣ح_٢$ $أ^{-١} = ١٢ - ٣ح_٢$

$١٢ = أ^{-١} - ٣ح_٢$ $أ^{-١} = ١٢ - ٣ح_٢$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

الحل: $أ^{٢}-١٣+٢ع^{٢}=و^{٢}$ ← $أ^{٢}-١٣=و^{٢}-٢ع^{٢}$ ← $أ(أ-٣ع^{٢})=-٢ع^{٢}$

$أ^{-١}\times أ(أ-٣ع^{٢})=أ^{-١}\times-٢ع^{٢}$ ← $أ-٣ع^{٢}=-١٢أ^{-١}$ ← $أ-٣ع^{٢}=١٢أ^{-١}$

ب) جد ناتج $\int س^{٦}\sqrt{س^{٧}+س^{٣}}\,ds$؟ (٦علامات)

الحل :

$$\int س^{٦}\sqrt{س^{٧}+س^{٣}}\,ds=\int س^{٦}\sqrt{س^{٣}(س^{٤}+١)}\,ds=\int س^{٧}\sqrt{س^{٤}+١}\,ds$$

$ع=س^{٤}+١$ ← $ds=\frac{dع}{٤س^{٣}}$

$$\int س^{٧}\sqrt{س^{٤}+١}\,ds=\int س^{٧}\sqrt{ع}\frac{dع}{٤س^{٣}}=\frac{١}{٤}\int س^{٤}\sqrt{ع}\,dع$$

$$\frac{١}{٤}\int س^{٤}\sqrt{ع}\,dع=\frac{١}{٤}\int(ع-١)\sqrt{ع}\,dع=\frac{١}{٤}\int\left(ع^{\frac{٣}{٢}}-ع^{\frac{١}{٢}}\right)dع$$

$$=\frac{٣}{٢٨}ع^{\frac{٧}{٣}}-\frac{٣}{١٦}ع^{\frac{٤}{٣}}+جـ$$

$$=\frac{٣}{٢٨}\sqrt[٣]{(س^{٤}+١)^{٧}}-\frac{٣}{١٦}\sqrt[٣]{(س^{٤}+١)^{٤}}+جـ$$

ج) إذا كانت $أ=\begin{bmatrix}٢&١&٤\\٣&٥&١\\١&س&٠\end{bmatrix}$، $أ^{-١}=\begin{bmatrix}-٢&٨&-١٩\\ص&-٤&١٠\\١&-٣&٧\end{bmatrix}$، جد قيمة $|أ-أ^{-١}|$؟ (٨علامات)

الحل:

حسب تعريف النظير الضربي: $م_{٣}=أ\times أ^{-١}$

$$\begin{bmatrix}٢&١&٤\\٣&٥&١\\١&س&٠\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-٢&٨&-١٩\\ص&-٤&١٠\\١&-٣&٧\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}١&٠&٠\\٠&١&٠\\٠&٠&١\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-٤+ص+٤&-١٦-٤+١٢&-٣٨+١٠+٢٨\\-٦+٥ص+١&٢٤-٢٠+٣&-٥٧+٥٠+٧\\-٢+س ص+٠&-٨-٤س+٠&-١٩+١٠س+٠\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}١&٠&٠\\٠&١&٠\\٠&٠&١\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}ص&٠&٠\\-٥+٥ص&١&٠\\-٢+س ص&-٨-٤س&-١٩+١٠س\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}١&٠&٠\\٠&١&٠\\٠&٠&١\end{bmatrix}$$

من مفهوم تساوي المصفوفات : $ص=١$

$-٥+٥ص=٠$ ← $ص=١$

$-٢+س ص=٠$ ← $-٢+س\times١=٠$ ← $س=٢$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

$$-٨ - ٤س = ٠ \quad \leftarrow \quad س = ٢$$

$$-١٩ + ١٠س = ١ \quad \leftarrow \quad س = ٢$$

أي أن: $ا = \begin{bmatrix} ٤ & ١ & ٢ \\ ١ & ٥ & ٣ \\ ٠ & ٢ & ١ \end{bmatrix}$ ، $ا^{-١} = \begin{bmatrix} ١٩- & ٨ & ٢- \\ ١٠ & ٤- & ١ \\ ٧ & ٣- & ١ \end{bmatrix}$

$$ا - ا^{-١} = \begin{bmatrix} ٤ & ١ & ٢ \\ ١ & ٥ & ٣ \\ ٠ & ٢ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١٩- & ٨ & ٢- \\ ١٠ & ٤- & ١ \\ ٧ & ٣- & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٣ & ٧- & ٤ \\ ٩- & ٩ & ٢ \\ ٧- & ٥ & ٠ \end{bmatrix}$$

$$|ا - ا^{-١}| = \begin{vmatrix} ٢٣ & ٧- & ٤ \\ ٩- & ٩ & ٢ \\ ٧- & ٥ & ٠ \end{vmatrix} = ٤ \times \begin{vmatrix} ٩- & ٩ \\ ٧- & ٥ \end{vmatrix} + ٧ \begin{vmatrix} ٩- & ٢ \\ ٧- & ٠ \end{vmatrix} + ٢٣ \begin{vmatrix} ٩ & ٢ \\ ٥ & ٠ \end{vmatrix}$$ (باستخدام الصف الأول لحساب المحدد)

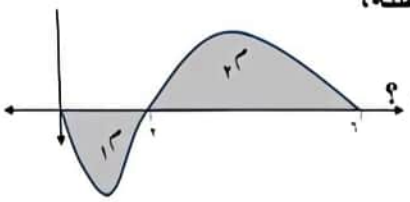
$$= (٤)(-٦٣+٤٥) + (٧)(-١٤-٠) + (٢٣)(٠-١٠)$$

$$= -٧٢ - ٩٨ + ٢٣٠ = ٦٠$$

السؤال السادس: (٢٠ علامة)

أ) يتكون هذا الفرع من (٣) فقرات من نوع اختيار من متعدد، من أربعة بدائل، انقل البديل الصحيح إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

١. الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س) وكان $م_٢ م_٤ = م_١$ تمثل مساحة المنطقة المظللة،



فإذا علمت أن $م_١ = ٣ م_٢$، وكان $\int_{٠}^{٦} ق(س) ص س = ١٠$، فما قيمة $\int_{٠}^{٢} ق(س) ص س$ ؟

٤　　-٤

٢٠　　-٢٠

الحل: $\int_{٠}^{٦} ق(س) ص س = \int_{٠}^{٢} ق(س) ص س + \int_{٢}^{٦} ق(س) ص س$

$-م_١ + م_٢ = ١٠$　　(من معطى السؤال $م_٢ = \frac{٣}{٢} م_١$)

$-م_١ + \frac{٣}{٢} م_١ = ١٠ \quad \leftarrow \quad م_١ = ٢٠$

$$\int_{٠}^{٢} ق(س) ص س = -م_١ = -٢٠$$

٢. . إذا كان $\int_{١}^{أ} س ق(س) ص س = ا$، ما قيمة $\int_{٠}^{٢} هـ^{س} ق\left(\frac{١}{٢} هـ^{س}\right) ص س$ بدلالة الثابت ا؟

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

١٢

$$\begin{matrix} ٢+١ \\ ٢-١ \end{matrix}$$

$$١\frac{١}{٢}$$

الحل: $\int_{١}^{٢} هـ_س \left(\sqrt{هـ_س}\right) ى س = \int_{١}^{٢} هـ_س \left(هـ^{\frac{١}{٢}س}\right) ى س$

$ع = هـ^{\frac{١}{٢}س} \leftarrow \quad ع\frac{١}{٢} = هـ^{\frac{١}{٢}س}\frac{١}{٢} = \frac{ى ع}{ى س} \quad \leftarrow \quad ى س = \frac{٢ ى ع}{ع}$

$ع = هـ^{\frac{١}{٢}س} \leftarrow ع|_{س=٠} = ١ \ ، \ ع|_{س=٢} = هـ$

$$\int_{١}^{٢} هـ_س \left(\sqrt{هـ_س}\right) ى س = \int_{١}^{هـ} هـ_س (ع) \frac{٢ ى ع}{ع}$$ من نفس الفرض $ع = هـ^{\frac{١}{٢}س} \leftarrow ع^{٢} = هـ^{س}$

$$\int_{١}^{هـ} هـ_س (ع) \frac{٢ ى ع}{ع} = \int_{١}^{هـ} ع^{٢} ى (ع) \frac{٢ ى ع}{ع} = ٢\int_{١}^{هـ} ع ى (ع) ى ع = ١٢$$

٣. إذا كانت أ،ب، مصفوفتين مربعتين وغير منفردتين، ك∈ ح $^{+}$ أي العبارات الأتية صحيحة دائماً؟

$|ك أ| = ك^{٢}|أ|$ $\quad |ك ب^{-١}| = |(ك ب)^{-١}|$

$|(ك أ)^{-١}| = ك^{٢}|أ^{-١}|$ $\quad \boxed{(\frac{١}{ك}أ)^{-١} = ك أ^{-١}}$

الحل: $|ك أ| = ك^{٢}|أ| \leftarrow |ك أ| = ك^{٢}|أ|$

$|ك ب^{-١}| = |(ك ب)^{-١}| \leftarrow |ك ب^{-١}| \neq |(ك ب)^{-١}| \leftarrow |(ك ب)^{-١}| = |\frac{١}{ك}(ب)^{-١}|$

$|(ك أ)^{-١}| = ك^{٢}|أ^{-١}| \leftarrow |(ك أ)^{-١}| = (\frac{١}{ك})^{٢}|أ^{-١}|$

$(\frac{١}{ك}أ)^{-١} = (\frac{١}{ك})^{-١}أ^{-١} = ك أ^{-١}$

ب) إذا كان $-٣ \geq ى(س) \geq ٢$، $\forall$ س ∈ [١،٣]، دون حساب التكامل بين أن

$$\int_{١}^{٣} (ى^{٢}(س) + (س-١)^{٢}) ى س \geq ٢٦$$ (٦علامات)

الحل:

معطى أن: $-٣ \geq ى(س) \geq ٢$

ومنها : $٠ \geq ى^{٢}(س) \geq ٩$ .....(١)

حسب الفترة : $١ \geq س \geq ٣$

$٠ \geq س-١ \geq ٢$

$٠ \geq (س-١)^{٢} \geq ٤$ ....(٢)

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

بجمع المتباينتين (١) + (٢): $ن(س) + (س-١)^٢ \geq ٠ + ١٣$

حسب خاصية المقارنة : $\int_{١}^{٣} ن(س) + (س-١)^٢ \, دس \geq \int_{١}^{٣} ٠ \, دس + \int_{١}^{٣} ١٣ \, دس$

$$\int_{١}^{٣} ن(س) + (س-١)^٢ \, دس \geq (٣-١)(١٣) + (٣-١)(٠)$$

$$\int_{١}^{٣} ن(س) + (س-١)^٢ \, دس \geq ٢٦ + ٠$$

أي أن : $\int_{١}^{٣} ن(س) + (س-١)^٢ \, دس \geq ٢٦$

ج) إذا كان منحنى الاقتران ن(س) يمر بالنقطة (١،٠)، وله مماس أفقي عند النقطة (٢-، ٣)، اذا علمت أن

$\int_{ب}^{٢} ن(س) ن`(س) \, دس = ٤$، جد $\int_{ب}^{٢} س ن(س) ن``(س) + س (ن`(س))^٢ \, دس$ (٨علامات)

الحل:

$$\int س ن(س) ن``(س) + س (ن`(س))^٢ \, دس = \int س ن(س) ن``(س) \, دس + \int س (ن`(س))^٢ \, دس$$

$\int س ن(س) ن``(س) \, دس$ (تكامل بالأجزاء)

$م = س ن(س)$ $\quad$ $ع = ن``(س) \, دس$

$\frac{دم}{دس} = س ن`(س) + ن(س)$ $\quad \times \quad$ $\int ع = ن`(س) \, دس$

$دم = (س ن`(س) + ن(س)) \, دس$ $\quad - \quad$ $ع = ن`(س)$

$$\int س ن(س) ن``(س) \, دس = س ن(س) ن`(س) - \int ن`(س) (س ن`(س) + ن(س)) \, دس$$

$$= س ن(س) ن`(س) - \int س (ن`(س))^٢ + ن(س) ن`(س) \, دس$$

$$= س ن(س) ن`(س) - \int س (ن`(س))^٢ \, دس - \int ن(س) ن`(س) \, دس$$

أي أن : $\int س ن(س) ن``(س) \, دس + \int س (ن`(س))^٢ \, دس =$

$$= س ن(س) ن`(س) - \int س (ن`(س))^٢ \, دس + \int ن(س) ن`(س) \, دس + \int س (ن`(س))^٢ \, دس$$

$$= س ن(س) ن`(س) - \int ن(س) ن`(س) \, دس$$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

$$\int_{0}^{2}(س\,ن(س)\,ن''(س)+س(ن'(س))^{2})\,د س = \Big|س\,ن(س)\,ن'(س)\Big|_{0}^{2} - \int_{0}^{2}(ن(س)\,ن'(س))\,د س$$

من المعطيات : $ن(0)=1$ ، $ن(2)=-3$ ، $ن'(2)=0$

$$\int_{0}^{2}(س\,ن(س)\,ن''(س)+س(ن'(س))^{2})\,د س =$$

$$(2)ن(2)ن'(2) - ((0)ن'(0)ن(0)) - 4 = -4$$

حل آخر عن طريق التكهن ثم الأجزاء :

$$\int(س\,ن(س)\,ن''(س)+س(ن'(س))^{2})\,د س = س\int(ن(س)\,ن''(س)+(ن'(س))^{2})\,د س$$

$$= س\int(ن(س)\,ن'(س))'\,د س$$

$$ع = ن(س)\,ن'(س) \qquad د ع = (ن(س)\,ن'(س))'\,د س$$

$$د ع = \int(ن(س)\,ن'(س))'\,د س \qquad \frac{د ع}{د س} = 1 \qquad س = 2$$

$$ع = ن(س)\,ن'(س) - \int \qquad د ع = د س$$

$$س\int(ن(س)\,ن'(س))'\,د س = س\,ن(س)\,ن'(س) - \int ن(س)\,ن'(س)\,د س$$

$$\int_{0}^{2}(س\,ن(س)\,ن''(س)+س(ن'(س))^{2})\,د س = \Big|س\,ن(س)\,ن'(س)\Big|_{0}^{2} - \int_{0}^{2}(ن(س)\,ن'(س))\,د س$$

$$= (2)ن(2)ن'(2) - ((0)ن'(0)ن(0)) - 4$$

$$= -4$$

انتهت الاجابة

المكتبة الفلسطينية الشاملة للمعلم والطالب
تحضير دروس - اختبارات - أوراق عمل

لتحميل المزيد من موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

http://www.sh-pal.com

تابعنا على صفحة الفيس بوك: www.facebook.com/shamela.pal

تابعنا على قنوات التلجرام: www.sh-pal.com/p/blog-page_42.html

أقسام موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة:

الصف الأول: www.sh-pal.com/p/blog-page_24.html

الصف الثاني: www.sh-pal.com/p/blog-page_46.html

الصف الثالث: www.sh-pal.com/p/blog-page_98.html

الصف الرابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_72.html

الصف الخامس: www.sh-pal.com/p/blog-page_80.html

الصف السادس: www.sh-pal.com/p/blog-page_13.html

الصف السابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_66.html

الصف الثامن: www.sh-pal.com/p/blog-page_35.html

الصف التاسع: www.sh-pal.com/p/blog-page_78.html

الصف العاشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_11.html

الصف الحادي عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_37.html

الصف الثاني عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_33.html

ملازم للمتقدمين للوظائف: www.sh-pal.com/p/blog-page_89.html

شارك معنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_40.html

اتصل بنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_9.html