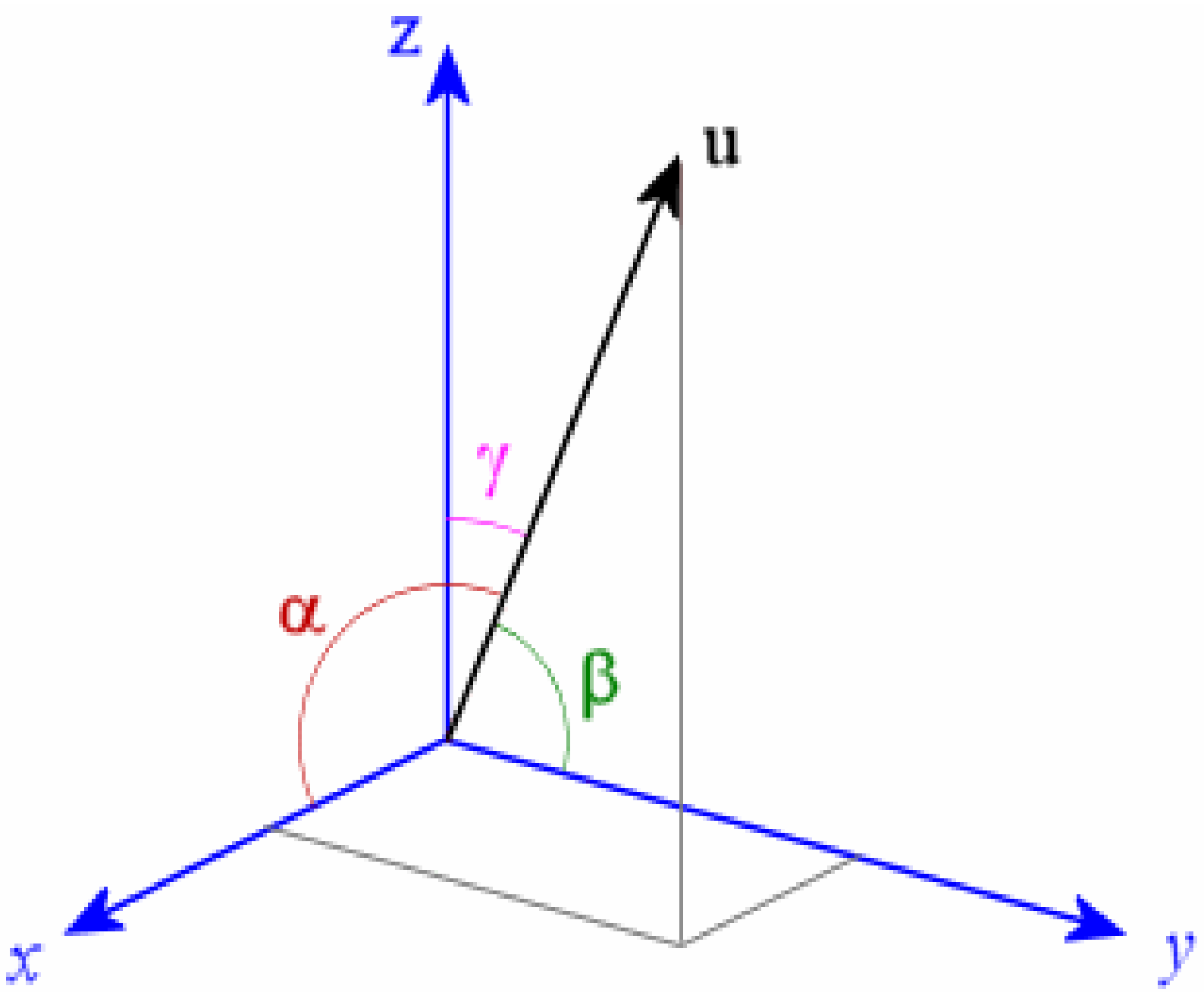




المتجهات

كتابة وإعداد / أ.موسى إبراهيم خضر

مقرر إله طلاب وطالبات الصف الحادي عشر بفرعيه العلمي والصناعي

* تساوي متجهية /
 تعريفا / تساوي ل $\vec{u}$ و $\vec{v}$ اذا كان لهما نفس الطول والاتجاه.
 ١/ خاصو الموضع المتساوي للمتجهين
 ٢/ ان يكونا بداية نقطة لأصل متجهين للمتجهين متساويين بالعرض
 و $\vec{u}$ ، أو لاصفا - فليكن $\vec{u}$ ان نقول $\vec{u} = \vec{v}$

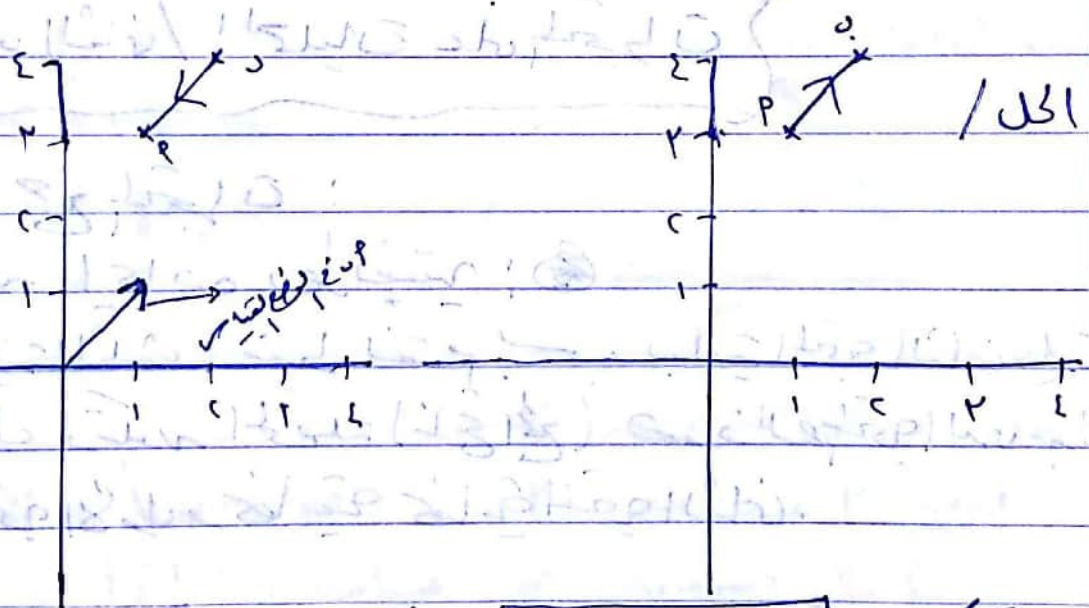
مثال / اذا كانت $P = (1, 3)$ و $Q = (2, 4)$ أو $Q = (3, 5)$

① مثل $\vec{u} = \vec{PQ}$ بيانياً $\vec{u} = \vec{PQ}$ بيانياً

② مثل $\vec{u} = \vec{PQ}$ في الموضع المتساوي.

③ أو $|\vec{u}| = |\vec{PQ}|$ ، $|\vec{u}| = |\vec{PQ}|$

④ $\vec{u}$ متجه وحدة في اتجاه $\vec{PQ}$



①

$|\vec{u}| = |\vec{PQ}|$ $\sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{(2-1)^2 + (4-3)^2} = |\vec{PQ}|$ ②

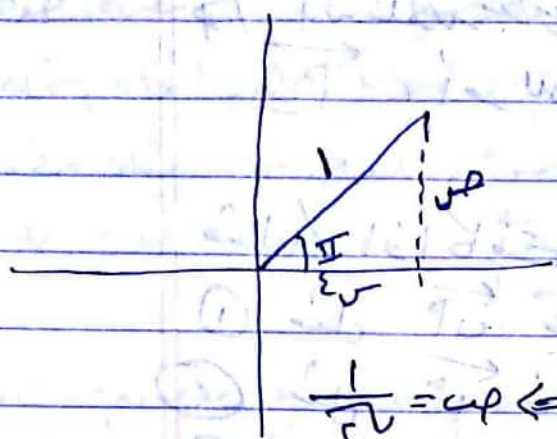
$\sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{(1-0)^2 + (3-0)^2} = |\vec{PQ}|$

③ $\vec{u}$ في الموضع المتساوي / نقطة البداية = نقطة البداية = (0,0)

$(1,3) = (1,3)$

④ $\vec{u} = \frac{\vec{PQ}}{|\vec{PQ}|} = \frac{(1,3)}{\sqrt{10}} = (\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}})$

سؤال ٣٨ / اشرح طريقة رتبة في كل من كاستر الآتية ١ -
 (٢) رتبة زائدية $\frac{\pi}{2}$ مع الاتجاه المحوري لتحويل السينات



$$\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow \sin = \cos \Leftrightarrow \sin^2 + \cos^2 = 1$$

$$\sin^2 + \cos^2 = 1 \Leftrightarrow \sin^2 = 1 - \cos^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin$$

$$\therefore \text{رتبة الرتبة} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

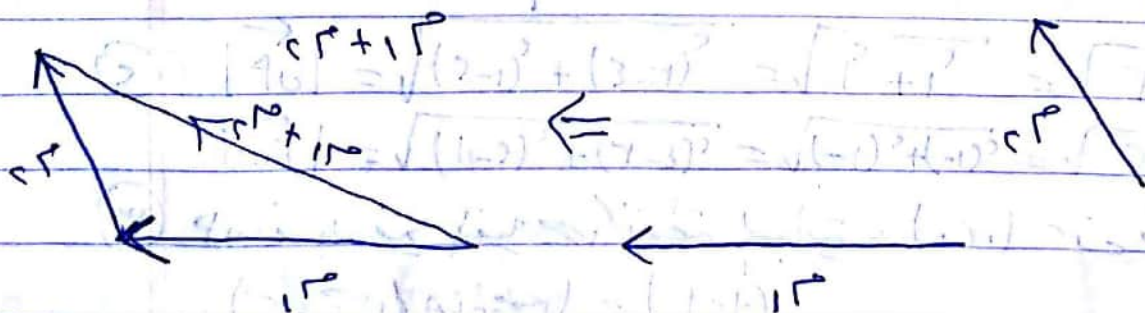
#

الدرس الثاني / التحليلات على التجزئات

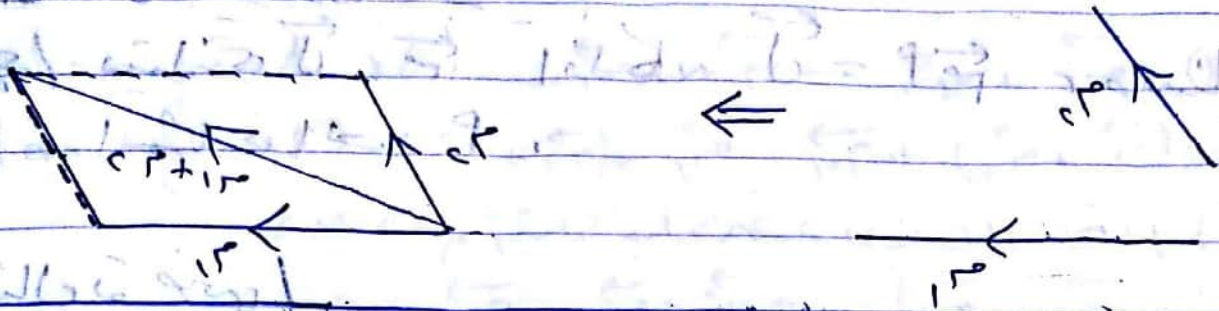
أولاً / جمع التجزئات :

يمكنه إيجاد رتبة رتبة :

① طريقة المثلث : من أجل لتقوم بسب بداية المتجه الثاني على كفاية المتجه الأول وتكون المحصلة (ناتج الجمع) هو ذلك المتجه الذي بدايته بداية المتجه الأول ونهايته نهاية المتجه الثاني.



② طريقة متوازي أضلاع : من أجل لتقوم بالإنهاء بداية المتجه الأول على بداية المتجه الثاني ثم نكمل شكل متوازي أضلاع ونكون المحصلة هنا ذلك المتجه الذي بدايته هي بداية المتجهين ونهايته هي نهاية المتجهين الآخريين.



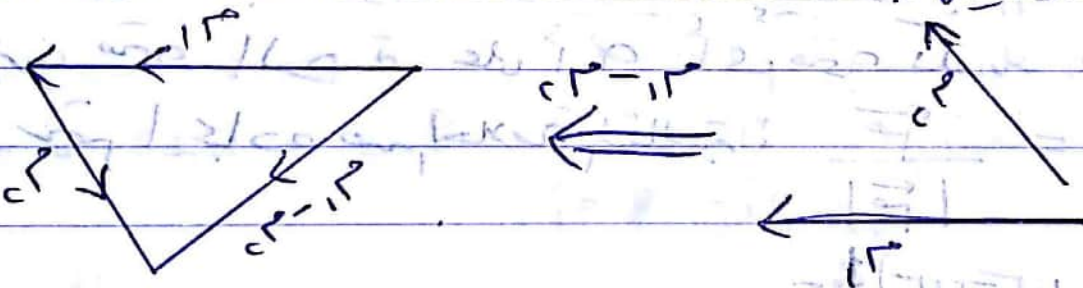
ثانياً / طرح المتجهات :

الطرح يُعرف بأنه عملية عكسية للجمع لذلك لا يسود لدينا
عملية طرح المتجهات ، إذ أنه عملية الطرح تعرف هكذا :-

$$p - q = p + (-q) \quad \text{حيث أنه } -q = \text{عكس } q$$

نكتب بالاتجاه العكسي

مثال توضيحي /



ثالثاً / ترتيب متجه بعد حقيقة

ليكن p عدد حقيقي ، $p \in \mathbb{R}$ ، متجه a ، خاصية /

$$p \cdot a = |p| \cdot |a| \cdot \cos(\theta)$$

1- يمكن إيجاد خاصية الاتجاه العدد p ، ما إذا كانت p موجبة سلبية

اتجاه p نفس اتجاه a ، ما إذا كانت p سلبية فإشارة p تنعكس

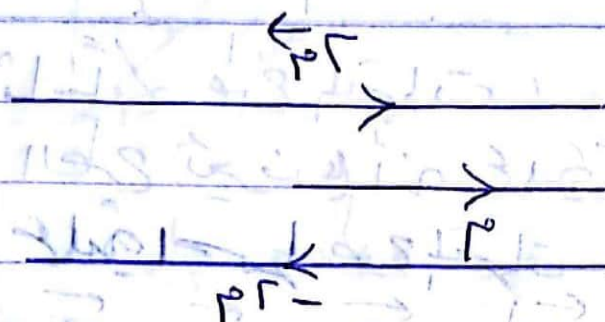
عكس اتجاه المتجه a ،

ما إذا كانت $p = 0$ ، فإشارة p متجه صفري ، خاصية :

$p \cdot a$ يكون متجه صفري أيضاً .

س/ متى تتوازي متجهتي ؟
 ج/ يتوازيان ، م $\leftarrow$ اذا كان $\vec{P} = \vec{L}$ ، وهذا لا تراعى
 اشارة العدد P .

سؤال توضيحي /



أي أنه
 $\vec{P} // \vec{L} // \vec{P}_2$
 لنفسه انظر عند اتجاه
 المتجهات .

س/ عرف متجه الوحدة وكيفية ايجاده ؟
 يعرف متجه الوحدة على أنه أي متجه يملك طولاً وحدة واحدة
 ويتم ايجاده صراحةً التالية : $\frac{\vec{P} - \vec{U}}{|\vec{P}|}$

$$= \frac{(1, 0) - (0, 1)}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{(1, -1)}{\sqrt{2}}$$

سؤال توضيحي /

اذا كانت $P(1, 2)$ ، ب $(3, 4)$ ، اوجد متجه وحدة في اتجاه P ؟

$$\vec{u} = \frac{\vec{P}}{|\vec{P}|} = \frac{(1, 2)}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{(1, 2)}{\sqrt{5}}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}} \right) = \frac{(1, 2)}{\sqrt{5}} = \frac{(1, 2)}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{(1, 2)}{\sqrt{5}}$$

نجد خواص العمليات على المتجهات :-

$$① \quad \vec{a} + \vec{a} = \vec{a} + \vec{a} \quad (\text{عملية الجمع تبديلية})$$

$$② \quad (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) \quad (\text{عملية الجمع جمعية})$$

③ المتجه الصفري هو محايد لعملية الجمع أي أنه

$$\vec{0} + \vec{a} = \vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$$

④ حاصل جمع أي متجه مع نظيره الجبري هو المحايد الجبري (المتجه الصفري)

$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$$

$$⑤ \quad P(\vec{a} + \vec{b}) = P\vec{a} + P\vec{b} \quad (\text{التوزيعية}) \quad P \in \mathbb{R}^*$$

$$⑥ \quad (P + Q)\vec{a} = P\vec{a} + Q\vec{a} \quad (\text{التوزيعية}) \quad P, Q \in \mathbb{R}^*$$

$$⑦ \quad |P\vec{a}| = |P| |\vec{a}|$$

ملاحظة على بند رقم (٧) :-

$|P|$ تعني القيمة المطلقة للعدد P .

$|\vec{a}|$ طول المتجه $\vec{a}$.

مثال / ليكن $|\vec{a}| = 3$ ، أوجد

$$① \quad |3\vec{a}| = 3 \times 3 = 9$$

$$② \quad |-4\vec{a}| = 4 \times 3 = 12$$

$$③ \quad \left| \frac{\vec{a}}{3} \right| = \frac{|\vec{a}|}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

طريقة أخرى / ما بداخل $|\vec{a}|$ هو متجه وحدة طوله ١

$$1 = |\vec{a}|$$

الدسجالت / التجزئة في المستوى (جدياً)

س / ما هي المرتبة السنية والمرتبة الصادية للمق؟
 ج / ① المرتبة السنية : هي الاحداث السنية لبقعة الخاوية للمق
 من صفه القيا ص
 ② المرتبة الصادية : هي الاحداث الصادية لبقعة الخاوية للمق
 من صفه القيا ص

س / ما هي صيغة المدة لأصلها؟
 ج / هي صيغة مدة يكون فيها منطوقه على ص (محله) ومجموعه (ص)
 ونشرها بالزوايا

و ا = (1, 1) و ب = (1, 0) و ج = (1, 1)
 مثال توضيحي لما سبق ذكره

و	ب
(1, 1)	(1, 0)

و ا = (1, 1) و ب = (1, 0) و ج = (1, 1)

أول مرتبة لافقية والرأسية ، وكتب المق في بداية صيغة

المدة لأصلها :
 ① $u = P - (1, 1) - (2, 3) = (1, 4)$
 ② المرتبة السنية :
 المرتبة الصادية : 1

المق $P = (1, 4)$
 $(1, 4) + (1, 1) = (2, 5)$
 $(2, 5) + (1, 1) = (3, 6)$
 $(3, 6) + (1, 1) = (4, 7)$

مثال ١ / إذا كانت $P = (3, 4)$ و $U = (2, 3)$ أمداً -

م أم ١

٢ (مركبتا الخطوط U و P)
 ٣ الزاوية التي يصنعها U مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل / ١ أم ١ $\sqrt{3} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

٢ لايجاد مركبتين U و P في $U = (2, 3)$ و $P = (3, 4)$

المركبة السينية = ١ ، المركبة الـ y = ١

٣ لايجاد الزاوية θ يجب أن نجد الجيب

جيب θ = $\frac{U \cdot P}{|U| |P|} = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 4}{\sqrt{13} \sqrt{25}} = \frac{18}{5\sqrt{13}}$

بالمثل : $\cos \theta = \frac{U \cdot P}{|U| |P|} = \frac{18}{5\sqrt{13}}$

$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{18}{5\sqrt{13}} \right)$

مثال / هل $|U+P| = |U| + |P|$ ؟ صف ذلك بجملة عددية .

لنأخذ $P = (3, 1)$ و $U = (0, 2)$

$|U+P| = |(3, 3)| = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$

$|U| = \sqrt{0^2 + 2^2} = 2$ و $|P| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

$|U| + |P| = 2 + \sqrt{10} \neq \sqrt{18}$

$|U| + |P| \neq |U+P|$

مثال / أوجد متجه $\vec{P} = (P_1, P_2)$ في المستوى الذي يصلح زاوية

الحل/ بما أنه $\frac{P}{P}$ -

$$\frac{cP \Sigma \sim, P \vdash \Gamma}{P \vdash \frac{P}{\Sigma}} = \frac{cP}{P} \sim \frac{P'}{P}$$

۱۲/ مجموعہ لسانیات، ۱۲/۱ مجموعہ لسانیات ۱۲

$$\left(\begin{pmatrix} P \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} P \end{pmatrix} \right) = \frac{1}{2} P \Leftarrow$$
$$P\left(-\frac{2}{3}, 1\right) = P\left(\frac{1}{2}, 1\right) = P\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = P\left(\frac{1}{2}, 0\right) = P\left(0, \frac{1}{2}\right) = P\left(0, 0\right) = \frac{1}{6}$$
$$f(5) = 5$$

هذا عدد الاسماء من المحرمات التي تحقها الشروط

井

الدرس الرابع / التجرد في الصراخ

المحمّد / يوم الاثنين من الصّباح ٣ من شهر ربيع الثّانية ١٢٨٥ هـ

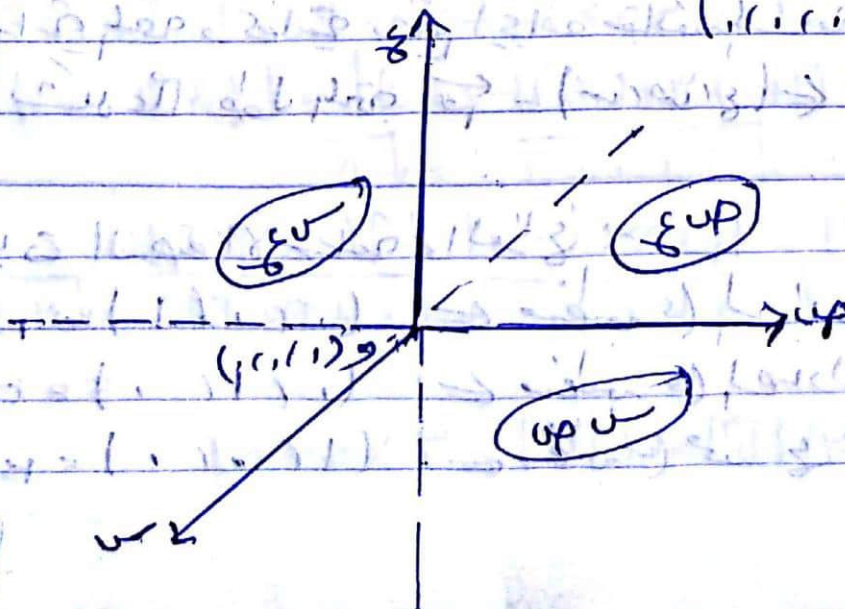
كما خاض الشه القالى الامير محمد بن عبد الله بن سعود

ص ح ط ز ح ط ي ر ش ل الحاء الخاء ص قاضية

عن عبد الله بن الجهم ، أي نقطة تحمل من العراقي يكون له هذا الميراث

سَبَّحَهُ ۳ اَحَدُ شَيَاطِينِ هُوَ (ابن، ص ۱۵۸، ج ۱) اَعْمَدًا نَقَطَةً لَا ضَلَالَةَ

(1,1,1) 5L²1p1



بأصالة على يد حسن /

مثال (١) / أكتب $\vec{m} = (1, 2, 3)$ بدلالة متجهات الوحدة $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

(١) $\vec{m} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

(٢) $\vec{m} = (1, 2, 3) = 1\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$

(٣) $0 = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$

مثال (٢) / أكتب $\vec{n} = (-3, 1, 0)$ بدلالة متجهات الوحدة $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

(١) $\vec{n} = (-3, 1, 0) = -3\vec{i} + 1\vec{j} + 0\vec{k}$

$-3\vec{i} + 1\vec{j}$

مثال (٣) / أكتب $\vec{m} = (1, 2, -1)$ بدلالة $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ أم لا؟

(١) $\vec{m} = 1\vec{i} + 2\vec{j} - 1\vec{k}$

(٢) $\vec{m} = 1\vec{i} + 2\vec{j} - 1\vec{k}$

الحل / لا ذكرنا السوى مثل العراقي بالأمثلة المحرر الثالث في

(١) $\vec{m} = 1\vec{i} + 2\vec{j} - 1\vec{k} = (1, 2, -1)$

$(1, 2, -1) = (1, 2, -1) + (0, 0, 0) =$

(٢) $\vec{m} = 1\vec{i} + 2\vec{j} - 1\vec{k} = (1, 2, -1)$

$(1, 2, -1) = (1, 2, -1) + (0, 0, 0) =$

(٣) $|\vec{m}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{6}$

$0 = 0 + 0 + 0 =$

(٤) $|\vec{m}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{6}$

$0 = 0 + 0 + 0 =$

$0 = 0 + 0 + 0 =$

(٥) $10 = 0 \times 3 = |\vec{m}| \times 3 = |\vec{m}| \times |\vec{n}| = |\vec{m} \cdot \vec{n}|$

المسألة ١

مثال (٤) / إذا كان $\vec{m} = (1, 2, 0)$ ، أوجد:

① متجه وحدة في اتجاه $\vec{m}$.

② متجه له نفس اتجاه $\vec{m}$ و $|\vec{v}| = 1$.

③ متجه يوازي متجه $\vec{m}$.

الحل / نجد طول $\vec{m} \Rightarrow |\vec{m}| = |(1, 2, 0)| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 0^2} = \sqrt{5}$

① متجه الوحدة في اتجاه $\vec{m} = \frac{\vec{m}}{|\vec{m}|} = \frac{(1, 2, 0)}{\sqrt{5}}$

② متجه وحدة له نفس اتجاه $\vec{m}$ = متجه الوحدة = $\frac{(1, 2, 0)}{\sqrt{5}}$

③ متجه يوازي $\vec{m} = \pm$ مضاعفات المتجه $\vec{m}$.

~~④ $\vec{v} = \vec{m} + \vec{n}$~~

* حيث $P \geq 0$ $(1, 2, 0) \cdot P \pm =$

① $\vec{v} = 4\vec{m} = (4, 8, 0)$

② $|\vec{v}| = 4|\vec{m}| = 4\sqrt{5}$

③ $|\vec{v}| = |\vec{m}| = \sqrt{5}$

④ $|\vec{v}| = 4|\vec{m}| = 4\sqrt{5}$

الدرس الخامس / الضرب الداخلي (نقطة ص) للمعجلات

(1.34) (1.35) (1.36) (1.37) (1.38) (1.39) (1.40) (1.41) (1.42) (1.43)

تعريف الضرب الداخلي لأي متجهين $\vec{a}$ و $\vec{b}$ على أنه:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

حيث: θ الزاوية المحصورة بين $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$
 $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$

فيكون الناتج كمية قياسية (ليس لها اتجاه) (1.44)

مثال / أوجد حاصل ضرب المتجهين $\vec{a}$ و $\vec{b}$ على أنه:

(1) $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ و $\vec{b} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$
 الحل: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \times 4 + 4 \times (-3) = 12 - 12 = 0$

و $\vec{a} \cdot \vec{a} = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
 $\vec{b} \cdot \vec{b} = 4^2 + (-3)^2 = 16 + 9 = 25$

(2) $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ و $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$
 الحل: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times 3 + 3 \times 2 = 6 + 6 = 12$

(3) $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ و $\vec{b} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$
 الحل: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \times 4 + 4 \times (-3) = 12 - 12 = 0$

حيث: $\vec{a} \cdot \vec{a} = 3^2 + 4^2 = 25$ و $\vec{b} \cdot \vec{b} = 4^2 + (-3)^2 = 25$
 و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ إذن $\vec{a} \perp \vec{b}$

(4) $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ و $\vec{b} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$
 الحل: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \times 4 + 4 \times (-3) = 12 - 12 = 0$

القاعدة / يكون $\vec{a} \perp \vec{b}$ $\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$\text{مثال (2) } \vec{u} = (1, 3) = \vec{P} \quad \vec{v} = (1, 3) = \vec{P}$$

$$\text{الحل: } \vec{P} \cdot \vec{P} = |\vec{P}|^2 = 1^2 + 3^2 = 10$$

$$\frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3 \times 1 + 1 \times 3}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{P}}{|\vec{P}|} = \cos \theta$$

$$\cos \theta = \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right) \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$$

★ خصائص ضرب المتجهات:

$$\textcircled{1} \quad \vec{P} \cdot \vec{P} = |\vec{P}|^2$$

$$\text{مثال: } (4, 3) \cdot (0, 1) = \vec{P} \cdot \vec{Q}$$

$$= 4 \times 0 + 3 \times 1 = 3$$

$$30 = \cos \theta \times \cos \theta = 1 \times \sqrt{16+9} \times \sqrt{16+9} =$$

$$|\vec{P}| \cdot |\vec{Q}| = |\vec{P}|^2$$

$$|\vec{Q}| = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$\textcircled{2} \quad \vec{P} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{P} \quad (\text{الضرب لراحتي})$$

$$\textcircled{3} \quad (\vec{P} \cdot \vec{Q}) + (\vec{Q} \cdot \vec{R}) = (\vec{Q} \cdot (\vec{P} + \vec{R})) \quad (\text{التوزيع})$$

$$\textcircled{4} \quad (\vec{P} + \vec{Q}) \cdot \vec{R} = \vec{P} \cdot \vec{R} + \vec{Q} \cdot \vec{R}$$

$$\textcircled{5} \quad \vec{P} \cdot \vec{Q} = |\vec{P}| |\vec{Q}| \cos \theta \quad (\text{دائرة})$$

قواعد صرفه

① $9.19 = 19.19 = 29.19$ (2) $9.19 = 19.19 = 29.19$ (3) $9.19 = 19.19 = 29.19$

(۲) $1.2 \times 10^{-2} = 0.02$ و $2.4 \times 10^{-2} = 0.04$ و $1.2 \times 10^{-2} = 0.02$

⑤ $1 = 0.999\ldots$ ⑥ $1 = 0.999\ldots$

الحزب لبراہمنی المتحررہ ہندو عوام

$$(p \cup r, c \cup r, p) = \overline{0} \quad (r, p, c, p) = \overline{p}$$

$$r_u r_P + c_u c_P + i_u i_P = \sigma_P^2$$

$$(0 - r(1)) = \overline{U} (r(1) - r(0)) = \overline{P} \sim 61.51 / 100$$

ای و پ ج

$$(0 - x \times r) + (r \times 1 -) + (1 \times c) = \text{C.P.}$$

$$17 = (10) + (5) + 2 =$$

الزوايا الخاصة للمثلث :-

مضمان ايجاد الزمان لا يتباين / $(P_1, P_2, P) = P$

① ا، ب، ج، د، هـ، ز، ح، ط، ي، ق، ف

$$\frac{c_p}{c_p} = c_{\text{eff}} \left(\frac{1}{c_p} \right) \ll 1 \quad (c)$$

$$\frac{r_p}{r} = r \cdot \frac{d\ln}{dr}$$

مثال / أو خبر الرواية ^{صحيح} الخاصة لـ (٢، ٤، ١٠)

$$0 = \sqrt{50v} = \sqrt{+17 + 9v} = \sqrt{P}$$

$\frac{2}{0} = 1$ جاب 1 $\frac{2}{0} = 2$ جاب 2 $\frac{2}{0} = 0$ جاب 0

★ عانوه الى جهة الأسيطة /
 جهات $\vec{a}$ + جهات $\vec{b}$ + جهات $\vec{c}$ = $\vec{0}$

الدرجة السابع / الصنف الثاني (المتجهي) الامتحان

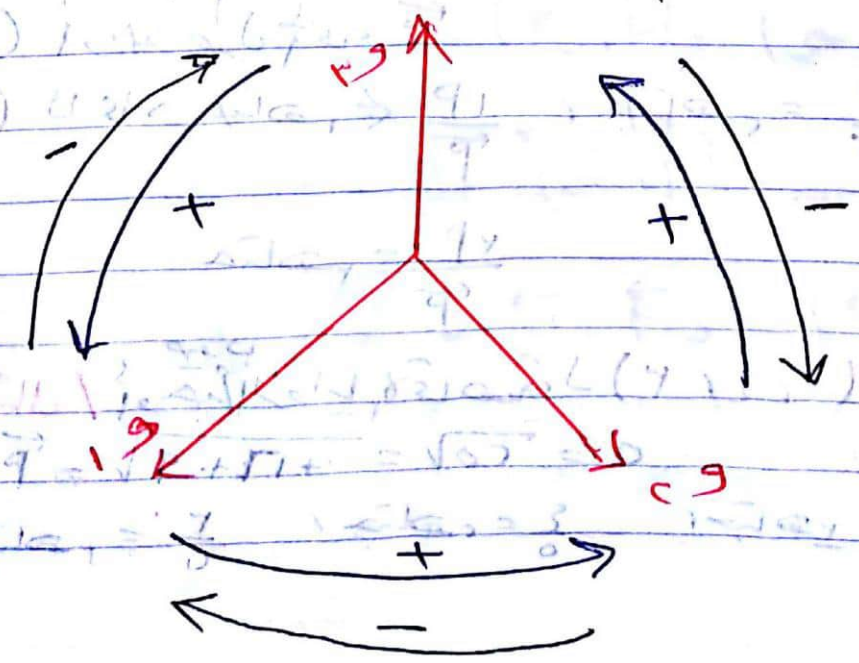
تحرر / الصنف الثاني للأي متجهي $\vec{a}$ $\vec{b}$ $\vec{c}$! -

$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ $\vec{b} \times \vec{c} = \vec{a}$
 هـ / زاوية المحصورة بين $\vec{a}$ $\vec{b}$
 ن / متجه عمودي على كلا $\vec{a}$ $\vec{b}$
 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ (اقرأ $\vec{a}$ $\vec{b}$ $\vec{c}$)

ممكن شاع الصنف الثاني طريقة لحامس ما جاءه وذلك لوجود
 المتجه $\vec{c} = (2 \times 1) + (-1 \times 7) = 2 - 7 = -5$

قواعد عامة /

- ① $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$
- ② $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$
- ③ $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$
- ④ $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$
- ⑤ $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ $\vec{b} \times \vec{c} = \vec{a}$
- ⑥ $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ $\vec{b} \times \vec{c} = \vec{a}$



قاعدة الساعة /

* إذا كان اتجاه اللفز مع عقارب الساعة ، يكون المحي الجودي
إلى اليمين .

* إذا كان اتجاه اللفز عكس عقارب الساعة ، يكون المحي
الجودي إلى اليسار .

الصيغة الجبرية لللفز في 3D /

$$\vec{P} = (P_x, P_y, P_z) \quad \vec{U} = (U_x, U_y, U_z)$$

$$\vec{P} \times \vec{U} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ P_x & P_y & P_z \\ U_x & U_y & U_z \end{vmatrix}$$

$\hat{i}$ → شحابة اليمين ، $\hat{j}$ → شحابة
 $\hat{j}$ → مركبات المحي الأول .
 $\hat{k}$ → مركبات المحي الثاني .

ملاحظة /

$$\vec{P} \times \vec{U} = - \vec{U} \times \vec{P} \quad (1)$$

$$\vec{P} \times \vec{U} = \vec{U} \times \vec{P} \quad (2)$$

مثال / إذا كانت $\vec{P} = (1, 1, 1)$ و $\vec{U} = (1, 1, 1)$

$$\vec{P} \times \vec{U} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\vec{P} \times \vec{U} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(1 \cdot 1 - 1 \cdot 1) - \hat{j}(1 \cdot 1 - 1 \cdot 1) + \hat{k}(1 \cdot 1 - 1 \cdot 1) = \vec{0}$$

$$\sqrt{90 + 100 + 36} = \sqrt{161} = |\vec{u} \times \vec{v}|$$

ملاحظة /
 $\vec{u} \times \vec{v}$ عمودي على كلا $\vec{u}$ و $\vec{v}$
 أو يمكن كتابته $(\vec{u} \times \vec{v})$ عمودي على $\vec{u}$ و $\vec{v}$
 حيث $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهين + منفصلين

$$\vec{u} = (1, 2, 3) \quad \vec{v} = (4, 5, 6)$$

دقيقان ههنا
 ① $|\vec{u} \times \vec{v}| =$ مساحة متوازي الأضلاع
 حيث $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهين متجاورين

② $\frac{1}{|\vec{u} \times \vec{v}|} =$ $\frac{1}{\text{مساحة المتوازي الأضلاع المتوازي للوتر له}} =$ ارتفاع القاعدة

$$\vec{u} \times \vec{v} = \frac{1}{|\vec{u} \times \vec{v}|} \vec{u} \times \vec{v}$$

حيث $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهين متجاورين

مثال / مساحة متوازي الأضلاع الذي ضلعاها المتجاوران
 $\vec{u} = (1, 2, 3) \quad \vec{v} = (4, 5, 6)$

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = 6$$

79/ احب سامة للثقت الذي ضرب القاط
P (0,0,0,0) 0 (1,1,1,1) 0 (0,0,0,0) 0

$$\overline{(1, 1, 1)} = P - U = \overline{UP}$$

$$29 + 95 - 19 =$$
$$(115 - 11) =$$

سورة مائدة (حل و شرح) . درستی و غلطی ۳، و ما عنه اقباه (ع-ا) / اکل / خدسته و صفا :-

متجه الزخم = $\left(\frac{2}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{2}{\sqrt{2}} \right)$ طول و سرعة واحدة

$$\left(\frac{15}{\sqrt{22}}, \frac{4}{\sqrt{22}}, \frac{15}{\sqrt{22}} \right) =$$

إعداد / أ. موسى إبراهيم خضر

جوال / ۰۵۹۷.۷۲۳۲۸



لتحميل المزيد من موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

<http://www.sh-pal.com>

تابعنا على صفحة الفيس بوك: www.facebook.com/shamela.pal

تابعنا على قنوات التلجرام: www.sh-pal.com/p/blog-page_42.html

أقسام موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة:

الصف الأول: www.sh-pal.com/p/blog-page_24.html

الصف الثاني: www.sh-pal.com/p/blog-page_46.html

الصف الثالث: www.sh-pal.com/p/blog-page_98.html

الصف الرابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_72.html

الصف الخامس: www.sh-pal.com/p/blog-page_80.html

الصف السادس: www.sh-pal.com/p/blog-page_13.html

الصف السابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_66.html

الصف الثامن: www.sh-pal.com/p/blog-page_35.html

الصف التاسع: www.sh-pal.com/p/blog-page_78.html

الصف العاشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_11.html

الصف الحادي عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_37.html

الصف الثاني عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_33.html

ملازم للمتقدمين للوظائف: www.sh-pal.com/p/blog-page_89.html

شارك معنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_40.html

اتصل بنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_9.html