المعادلات والمتباينات

(الحادي عشر علمي والصناعي)

اعداد:أ.ابراهيم شديد

جوال:٠٥٩٧٢٢٠١٧٠

شرح شامل لاهم قوانين وملاحظات وحدة المعادلات والمتباينات

شرح شامل لاسئلة الكتاب

تمارين اثرائية وامتحانات

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

الدرس الأول: حل نظام مكون من ثلاث معادلات خطية

طريقة الحل :لحل هذا النوع من المعادلات نتبع الترتيب الاتي

١)نرتب المعادلات كل متغير تحت الاخر ونسمي المعادلات ١,٢,٣

٢)نأخذ بالعادة معادلتين وعلى سبيل المثال المعادلة ١,٢ نحذف احد المتغيرات وليكن ع ونسمي معادلة٤

٣)نأخذ المعادلة ٣ اجباري(التي لم تستخدم) مع احدى المعادلتين ١ او ٢ ونحذف نفس المتغير ع ونسمي المعادلة رقم ٥

٤)نأخذ ٤مع ٥ ونكمل حل طبيعي مثل حل معادلتين بالحذف ونحسب كل من س، ص ،ع

ملاحظة مهمة:هذه الطريقة في حال كان النظام كامل يحوي ٣ متغيرات في كل معادلاته اما اذا لم يحتوي على كل المتغيرات واحتوى على متغيرين فنحذف المتغير الي مش موجود حسب كل سؤال سيتم التوضيح لاحقا بالامثلة

كلمات مفتاحية للمسائل الكلامية في الأسئلة

بعد الحرف عن = رمز(حرف)	بعد كلمة يزيد/يكبرك - وعدد(رقم)	بعد كلمة يقل + وعدد(رقم)

نشاط٢:الكتاب : سافر خالد مع ابيه لزيارة عمه في الأردن واثناء الزيارة تعرف على ابن عمه رامي ، سأل خالد والده كم عمر ابن عمي رامي ، فقال الاب:يا بني انه يكبرك بأربع سنوات كما ان خمسة أمثال عمره مضافا الى مثلي عمرك يساوي عمر جدك وهو ٨٣ جد عمر كل من خالد ورامي ؟

الحل : نترجم المعطيات حيث نفرض ان عمر خالد هو س وعمر رامي هو ص

كلمة يكبرك يعني ناقص أي ان رامي ناقص أربعة يساوي خالد $ص - ٤ = س \leftarrow (١)$

وأيضا خمسة أمثال عمره مضافا الى مثلي عمرك يعني $٥ص + ٢س = ٨٣ \leftarrow (٢)$

نحل المعادلات بالتعويض او الحذف $س = ص - ٤$ نعوض في معادلة ٢

$$٥ص + ٢(ص - ٤) = ٨٣ \leftarrow ٧ص = ٩١ \leftarrow \frac{٧ص}{٧} = \frac{٩١}{٧} \leftarrow ص = ١٣$$
$$٥ص + ٢ص - ٨ = ٨٣$$

نعوض في معادلة ١قيمة ص $\leftarrow$ س $= ص - ٤ = ١٣ - ٤ = ٩$

أي اعن عمر رامي هو ١٣ سنة وعمر خالد هو ٩ سنوات

تمرين :حل النشاط السابق باستخدام طريقة الحذف؟

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

ملاحظات هامة جدا للحل المسائل

١)كثير الحدود بشكل عام قاعدته هي $هـ(س) = أ س^{ن} + ب س^{ن-١} + ... + ء س + جـ$ ، $أ \neq ٠$

* كثير حدود من الدرجة صفر $د(س) = جـ$ ، حيث $جـ \in ع$
* كثير حدود من الدرجة الأولى $هـ(س) = أ س + ب$ ، $أ \neq ٠$
* كثير حدود من الدرجة الثانية $هـ(س) = أ س^{٢} + ب س + جـ$ ، $أ \neq ٠$
* كثير حدود من الدرجة الثالثة $هـ(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + ء$ ، $أ \neq ٠$ وهكذا

---

٢)معادلة الدائرة التي تمر بثلاث نقاط احدثيات كل نقطة $(س، ص)$ هي كالتالي

$س^{٢} + ص^{٢} + أ س + ب ص + جـ = ٠$

حيث نعوض قيمة $س، ص$ ونجد الثوابت $أ، ب، جـ$

---

٣)مجموع زوايات المثلث يساوي ١٨٠ درجة

---

٤) مجموع زوايا الشكل الرباعي تساوي ٣٦٠ درجة

---

٥)عند طلب تكلفة شيء معين اي اننا نضرب التكلفة في المساحة حسب كل شكل

---

٦)كلمة محيطه تعني الاطار الخارجي للشكل أي انه مثلا لو كان مثلث ومحيطه ١٦ والأضلاع س ص ع

تعني ان $س + ص + ع = ١٦$ وهكذا حسب كل شكل

---

٧) كلمة ضعفي نفس معنى كلمة مثلي

---

٨) اذا نتج اثناء حل سؤال معين عبارة رياضية خاطئة مثل $٠ = -٣$

في هذه الحالة يكون النظام ليس له حل بسبب التناقض الرياضي حيث ان الصفر لا يساوي سالب ثلاث

---

٩)اذا نتج اثناء حل سؤال معين عبارة رياضية صحيحة مثل $٠ = ٠$

في هذه الحالة يكون للنظام عدد لانهائي من الحلول

---

١٠)قانون محيط الدائرة هو $٢\pi نق$ حيث نق:نصف القطر

---

١١)دائما القي نظرة سريعة على المعادلات المعطاة أحيانا يمكن الحل بطرق ابسط واسهل مما انت متخيل بتعويض مقدارين معا او جمع معادلات او غيرها من الطرق.

سيتم التطرق لاغلب الملاحظات خلال حل الأسئلة

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

افكر واناقش : كتاب اذا انخفض سعر سلعة في شهر كانون الثاني بنسبة ١٠٪ ثم ارتفع في شهر اذار بنسبة ١٠٪ فهل يرجع السعر الى سعره الأصلي في شهر كانون الثاني ؟

الحل : نفرض ان ثمن السلعة ١٠٠ دينار انخفض بنسبة ١٠٪ ← ١٠٠ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ = ١٠ دينار

أي انه اصبح سعر السلعة بعد الانخفاض ١٠٠ − ١٠ = ٩٠ دينار

الان ارتفع بنسبة ١٠٪ ← ٩٠ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ = ٩ دينار

أي انه اصبح سعر السلعة بعد الارتفاع ٩٠ + ٩ = ٩٩ دينار

اذن لا يرجع السعر الى سعره الأصلي لان النقصان كان على مبلغ ١٠٠ والزيادة كانت على مبلغ ٩٠

نشاط٣: الكتاب: ينتج مصنع البان في مدينة طوباس ثلاثة احجام من عبوات اللبن(صغير،متوسط،كبير) فاذا كان مجموع اثمان عبوة من كل حجم يساوي ٩ دنانير، ومجموع اثمان علبتين من الحجم الصغير وعلبة من الحجم المتوسط يقل بمقدار دينار عن مثلي ثمن علبة من الحجم الكبير،وكان مجموع اثمان ثلاثة علب من الحجم الصغير وعلبة من الحجم المتوسط يزيد عن ثمن علبة من الحجم الكبير بمقدار ٥ دنانير جد سعر كل من العبوات الثلاث؟

الحل : نترجم المعطيات حيث نفرض ان الحجم الصغير هو س والمتوسط هو ص والكبير هو ع

س + ص + ع = ٩ ← (١)

٢س + ص + ١ = ٢ع ← (٢)

٣س + ص − ٥ = ع ← (٣)

نأخذ معادلة (١)،(٢) ونحذف ع

(س + ص + ع = ٩) × ٢

٢س + ص − ٢ع = −١

نرتب المعادلات

س + ص + ع = ٩ ← (١)

٢س + ص − ٢ع = −١ ← (٢)

٣س + ص − ع = ٥ ← (٣)

نجمع المعادلات

٢س + ٢ص + ٢ع = ١٨

٢س + ص − ٢ع = −١

٤س + ٣ص = ١٧ ← (٤)

نأخذ معادلة (١)،(٣) ونحذف ع

س + ص + ع = ٩

٣س + ص − ع = ٥

٤س + ٢ص = ١٤ ← (٥)

نأخذ معادلة (٤)،(٥) ونحذف س

(٤س + ٣ص = ١٧) × −١

٤س + ٢ص = ١٤

−٤س − ٣ص = −١٧

٤س + ٢ص = ١٤

−ص = −٣ ← ص = ٣ ✓

نعوض قيمة ص في معادلة (٤) ونجد س

٤س + ٣ص = ١٧ ← ٤س + ٩ = ١٧

٤س = ٨ ← س = ٢ ✓

نعوض قيمة ص في معادلة (١) ونجد ع

س + ص + ع = ٩ ← ٢ + ٣ + ع = ٩

٥ + ع = ٩ ← ع = ٤ ✓

ثمن الحجم الصغير ٢ دينار

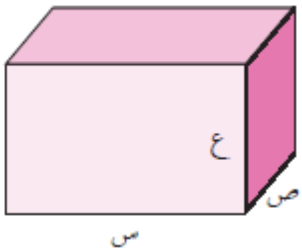
ثمن الحجم المتوسط ٣ دينار

ثمن الحجم الكبير ٤ دينار

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

نشاط٤:الكتاب أراد عامل بناء ان يبني بئرا على شكل متوازي مستطيلات ،بحيث يقل طولها عن مجموع عرضها وارتفاعها بمقدار ٢ ،ومجموع اطوال ابعادها يساوي ١٢ فاذا كان محيط قاعدتها يساوي ١٨ جد ابعاد هذا البئر ؟

الحل : نترجم المعطيات حيث نفرض **الطول** س و **العرض** ص والارتفاع ع



س + ٢ = ص + ع ← (١)

س + ص + ع = ١٢ ← (٢)

القاعدة عبارة عن مستطيل محيطه ٢(س + ص) = ١٨ ← (٣)

س − ص − ع = −٢ ← (١)

س + ص + ع = ١٢ ← (٢) **لازم احذف** ع لانه اخر معادلة فيها س، ص جاهزة

٢(س + ص) = ١٨ ← (٣) ← ٢س + ٢ص = ١٨

نأخذ معادلة (١)،(٢) ونحذف ع

س − ص − ع = −٢

س + ص + ع = ١٢

٢س = ١٠ ← س = ٥ ✓

نعوض في معادلة (٣)

٢س + ٢ص = ١٨ ← ١٠ + ٢ص = ١٨

٢ص = ٨ ← ص = ٤ ✓

س + ص + ع = ١٢ ← ٩ + ع = ١٢ ← ع = ٣ ✓

تمرين: يراد صنع صندوق خشبي عل شكل متوازي مستطيلات ،بحيث يكون مجموع اطوال ابعاده يساوي ١٢ متر ويقل طوله عن مجموع عرضه وارتفاعه بمقدار ٢ متر ومحيط القاعدة ل يساوي ١٨ فاذا كان تكلفة المتر المربع من القاعدة يساوي ٨ دنانير وتكلفة المتر المربع الجوانب يساوي ٥ دنانير جد تكلفة صناعة هذا الصندوق الخشبي ؟

الحل:

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

أسئلة الكتاب

س١) احل النظام الاتي س + ص = $\sqrt{٨}$ ، س − ٢ص = $\sqrt{٢}$ ٥

الحل: (س + ص = $\sqrt{٨}$) × ٢ ← ٢س + ٢ص = ٢ $\sqrt{٢}$ ← ٢س + ٢ص = ٤ $\sqrt{٢}$

٢س + ٢ص = ٤ $\sqrt{٢}$

س − ٢ص = ٥ $\sqrt{٢}$



٣س = ٩ $\sqrt{٢}$ ← $\frac{٣س}{٣}$ = $\frac{٩\sqrt{٢}}{٣}$ ← س = ٣ $\sqrt{٢}$

س − ٢ص = ٥ $\sqrt{٢}$ ← ٣ $\sqrt{٢}$ − ٢ص = ٥ $\sqrt{٢}$ ← −٢ص = ٢ $\sqrt{٢}$ ← ص = − $\sqrt{٢}$

س٢) اذا كان ٣جا^{٢} + ٢جتا^{٢} = $\frac{١}{٢}$ وكان ٢جا^{٢} − ٣جتا^{٢} = $\frac{٥}{٢}$ جد أ، ب حيث أ، ب ∈]٠، π[

الحل: نضرب المعادلتين بالعدد ٢ (لانها بالمقام وكسور عاملتلي وجع راس) اسهل للحل ، تصبح المعادلات

(٦جا^{٢} + ٤جتا^{٢} = ١) × ٣ ← ١٨جا^{٢} + ١٢جتا^{٢} = ٣ ← (١)

(٤جا^{٢} − ٦جتا^{٢} = ٥) × ٢ ← ٨جا^{٢} − ١٢جتا^{٢} = ١٠ ← (٢)

← ٢٦جا^{٢} = ١٣ ← جا^{٢} = $\frac{١}{٢}$ نعوض في معادلة ١

الجيب موجب بالربع الأول والثاني الزاوية الي جيبها نص هي ٣٠ = $\frac{\pi}{٦}$ هاي للربع الأول

الربع الثاني ع قانون الاسناد ١٨٠ − ٣٠ = ١٥٠ = $\frac{\pi٥}{٦}$ هاي للربع الثاني

جا^{٢} = $\frac{١}{٢}$ نعوض في المعادلة الأولى

١٨جا^{٢} + ١٢جتا^{٢} = ٣ ← ١٨ × $\frac{١}{٢}$ + ١٢جتا^{٢} = ٣ ← ١٢جتا^{٢} = −٦

جتا^{٢} = − $\frac{١}{٢}$ الجتا سالب بالربع الثاني والثالث بس الثالث برة الفترة مش محسوب بناخذ بس الثاني

الربع الثاني ع قانون الاسناد ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠ = $\frac{\pi٢}{٣}$ هاي للربع الثاني فقط

∴ أ = { $\frac{\pi}{٦}$ ، $\frac{\pi٥}{٦}$ } ، ب = { $\frac{\pi٢}{٣}$ }

تمرين: اذا كان ٣س + ٣ص − ٢ع = −٤ وكان س + ص = ٢ ما قيمة ع

أ) ٥ ب) −٥ ج) −١ د) ٢

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٣)حل النظام الاتي

$٧س + ٥ص - ٣ع = -٨$ ، $٣س - ٥ص + ٢ع = -٤$ ، $ع + ٥س + ٣ص = ٠$

الحل: $٧س + ٥ص - ٣ع = -٨ \leftarrow (١)$

$٣س - ٥ص + ٢ع = -٤ \leftarrow (٢)$

$٥س + ٣ص + ع = ٠ \leftarrow (٣)$

جمع (١)،(٢) ونحذف ص $\quad ١٠س - ع = -١٢ \leftarrow (٤)$

نأخذ (٢)،(٣) ونحذف ص

$(٣س - ٥ص + ٢ع = -٤) \times ٣ \leftarrow ٩س - ١٥ص + ٦ع = -١٢$

$(٥س + ٣ص + ع = ٠) \times ٥ \leftarrow ٢٥س + ١٥ص + ٥ع = ٠$

$٣٤س + ١١ع = -١٢ \leftarrow (٥)$

نأخذ (٤)،(٥) ونحذف ع

$(١٠س - ع = -١٢) \times ١١ \leftarrow ١١٠س - ١١ع = -١٣٢$

$٣٤س + ١١ع = -١٢ \leftarrow ٣٤س + ١١ع = -١٢$

$٤٤س = -٤٤ \leftarrow س = -١$ ✓

نعوض في معادلة (٤) لايجاد ع

$١٠س - ع = -١٢ \leftarrow ١٠ - ع = -١٢ \leftarrow ع = ٢$ ✓

نعوض في معادلة (٣) لايجاد ص

$٥س + ٣ص + ع = ٠ \leftarrow -٥ + ٣ص + ٢ = ٠ \leftarrow ٣ص = ٣ \leftarrow ص = ١$ ✓

تمرين: اذا كانت س،ص زاويتان بحيث تقع الزاوية س في الربع الأول والزاوية ص زاوية ربعية ما قيمة هذه الزوايا علما انهما يحققان المعادلتين الاتيتين؟

$ظاس - جتاص = ٢$

$٢ظاس + جتاص = ١$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٤)تعرض احدى شركات الاتصالات الفلسطينية ثلاثة عروض ،فاذا اشترك شخص في العروض الثلاثة فانه يحصل على ٤٥٠ دقيقة مجانية ،واذا اشترك في العرضين الأول والثاني فانه يحصل على ٢٥٠ دقيقة مجانية ،واذا اشترك في العرضين الثاني والثالث ،فانه يحصل ٣٥٠ دقيقة ،اجد عدد الدقائق المجانية لكل عرض؟

الحل: نفرض العرض الأول س، نفرض العرض الثاني ص، نفرض العرض الثالث ع

س + ص + ع = ٤٥٠ ← (١)

س + ص = ٢٥٠ ← (٢)

ص + ع = ٣٥٠ ← (٣)

لاحظ اننا نستطيع تعويض المعادلة الثانية بالاولى حيث نستبدل س + ص بالعدد ٢٥٠

س + ص + ع = ٤٥٠ ← ٢٥٠ + ع = ٤٥٠ ← ع = ٢٠٠ ✓

نعوض في معادلة (٣)

ص + ع = ٣٥٠ ← ص + ٢٠٠ = ٣٥٠ ← ص = ١٥٠ ✓

نعوض في معادلة (٢)

س + ص = ٢٥٠ ← س + ١٥٠ = ٢٥٠ ← س = ١٠٠ ✓

س٥)اتفق ثلاثة اخوة من قرية واد فوكين قضاء بيت لحم على ان يزرع كل واحد منهم نوعا واحدا من الأشجار ،فاذا اتفقوا على ان يزرع الأول ارضه زيتونا ،ويزرع الثاني ارضه لوزا ،ويزرع الثالث ارضه تفاحا فاذا كانت الأشجار التي زرعت من كل نوع جميعها زيتون ما عدا ٥٠ شجرة وجميعها لوز ما عدا ٦٠ وجميعها تفاح ما عدا ٧٠ جد كم شجرة من كل نوع زرع الاخوة الثلاثة ؟

الحل: نفرض الزيتون س، نفرض اللوز ص، نفرض التفاح ع

ص + ع = ٥٠ ← (١)

س + ع = ٦٠ ← (٢)

س + ص = ٧٠ ← (٣)

لاحظ المعادلة الثالثة فيها س،ص لازم احذف ع من اول معادلتين (يوجد طرق أخرى للحل)

نأخذ (١)،(٢) ونحذف ع

(ص + ع = ٥٠) × −١ ← −ص − ع = −٥٠

س + ع = ٦٠ ←

س − ص = ١٠ ← (٤)

نأخذ (٣)،(٤) ونحذف ص

س + ص = ٧٠

س − ص = ١٠

٢س = ٨٠

س = ٤٠ ✓

نعوض في معادلة (٣)

س + ص = ٧٠ ← ٤٠ + ص = ٧٠ ← ص = ٣٠ ✓

نعوض في معادلة (٢)

س + ع = ٦٠ ← ٤٠ + ع = ٦٠ ← ع = ٢٠ ✓

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٦)قذف جسم رأسيا الى اعلى من سطح بناية حسب العلاقة ف(ن) = أن + بن^{٢} +جـ
حيث ف :بالامتار ن :بالثواني ،فاذا رصد شخص ذلك الجسم من اسفل البناية فوجد ان ارتفاعه بعد ثانية يساوي ٤٥ ثانية وبعد ثانيتين يساوي ٦٠م، وبعد ثلاث ثواني يساوي ٦٥
جد السرعة الابتدائية (أ)والتسارع (٢ب) وارتفاع البناية (جـ).

الحل: ارتفاعه بعد ثانية تمثل المسافة أي ان ف(١) = ٤٥ ،ف(٢) = ٦٠ ،ف(٣) = ٦٥
نعوض محل ن واحد والجواب ٤٥ وهكذا

ف(١) = أ(١) + ب(١)^{٢} +جـ ← أ + ب+جـ = ٤٥ ← (١)

ف(٢) = أ(٢) + ب(٢)^{٢} +جـ ← ٤أ + ٢ب+جـ = ٦٠ ← (٢)

ف(٣) = أ(٣) + ب(٣)^{٢} +جـ ← ٩أ + ٣ب+جـ = ٦٥ ← (٣)

نأخذ معادلة (١)،(٢) ونحذف جـ

(أ + ب+جـ = ٤٥)×−١

٤أ + ٢ب+جـ = ٦٠

− أ − ب − جـ = −٤٥

٤أ + ٢ب+جـ = ٦٠

أ + ٣ب = ١٥ ← (٤)

نأخذ معادلة(١)،(٣) ونحذف جـ

(أ + ب+جـ = ٤٥)×−١

٩أ + ٣ب+جـ = ٦٥

− أ − ب − جـ = −٤٥

٩أ + ٣ب+جـ = ٦٥

٤أ + ٨ب = ٢٠ ← (٥)

نأخذ معادلة(٤)،(٥) ونحذف أ

(أ + ٣ب = ١٥)×−٤

٤أ + ٨ب = ٢٠

− ٤أ − ١٢ب = −٦٠

٤أ + ٨ب = ٢٠

٢ب = −١٠ ← ب = −٥ ✓

نعوض في معادلة (٤)

أ + ٣ب = ١٥

أ + ٣(−٥) = ١٥ ← أ − ١٥ = ١٥

أ = ٣٠ ✓

نعوض في معادلة (١)

أ + ب+جـ = ٤٥

٣٠ − ٥+جـ = ٤٥

٢٥+جـ = ٤٥ ← جـ = ٢٠ ✓

السرعة الابتدائية (أ) = ٣٠

التسارع (٢ب) = ٢×−٥ = −١٠

ارتفاع البناية (جـ) = ٢٠



لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

تمارين اثرائية على الدرس الأول

س١)أ) عند حل نظام خطي مكون من ٣ معادلات كانت مجموعة الحل هي $\{(-٣، ١، ع)\}$
وكانت احدى المعادلات هي $س - ص + ٣ع = ٨$ ما قيمة ع ؟

أ) ٤ ب) -٤ ج) $\frac{١}{٣}$ د) ١

ب) اذا كان $ع + ص + س = ٢٠$، وكانت $٣س + ٣ص + ٥ع = ٩٠$ فما قيمة ع

أ) ١٥ ب) ١٨ ج) ١٤ د) لا شيئ مما ذكر

ج) اذا كان $س + ص = ٧$، $س ع + ص = ١٩$، $ص ع + س = ٣٧$ ما قيمة ع

أ) ٣ ب) ٥ ج) ٧ د) ١٠

د) ما مجموعة حل النظام
$س - ٢ص = ٦ \sqrt{٣}$
$س + ص = ٢٧ \sqrt{}$

أ) $(-٢ \sqrt{٣}، \sqrt{٣})$ ب) $(-\sqrt{٣}، ٤ \sqrt{٣})$ ج) $(\sqrt{٣}، ٤ \sqrt{٣})$ د) لا شيء مما ذكر

س٢) مثلث محيطه ١٨ سم وطول الضلع الأول يساوي مثلي طول الضلع الثالث ،وطول الضلع الثاني يزيد عن طول الضلع الثالث بمقدار ٢ سم ،فما اطوال اضلاع المثلث ؟

س٣) اربع اعداد متتالية مجموع العدد الأول والأخير ٢٣ ما حاصل ضرب العددين الاخريين؟

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٤) ثلاث اعداد صحيحة مجموع الأول والثاني يزيد بمقدار ١٤ عن العدد الثالث ولو طرح مجموع الثاني والثالث من مثلي الأول لكان الناتج ١٥ اما اذا اضيف ثلاثة اضعاف الثاني الى ضعفي الثالث فان ناتج الإضافة يساوي ثلاثة أمثال الأول مضافا اليه ٧ جد هذه الاعداد ؟

س٥) مثلث فيه قياس الزاوية الثانية يساوي مثلي قياس الزاوية الأولى وقياس الزاوية الثالثة يزيد بمقدار ٣٠ عن مجموع قياس الزاويتين الأولى والثانية ،جد قياس كل من الزاويا الثلاث

س٦) حل النظام التالي

$$٣س + ٣ص - ٢ ١ع = ٦$$
$$س + ص - ٤ع = ٢$$
$$٦س + ٦ص - ٤ ٢ع = ١٢$$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٧)جد قاعدة كثير الحدود من الدرجة الثانية والذي يمر بالنقاط الثلاثة الاتية

$(١،١)(-١،-٥)(٢،١٠)$

س٨) حل النظام التالي

$س + ص = ٣$ ، $ص - ٢ع = ٤$ ، $٣ع + س = -٢$

س٩)جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط الثلاث

$(-٢،٠)(-١،-١)(٦،٠)$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س١٠) عدد مكون من ثلاث منازل ، مجموع ارقام منازله ١٢ ،رقم منزلة العشرات يقل عن رقم منزلة المئات بمقدار ٢ ورقم منزلة الاحاد يقل عن مجموع رقمي المنزلتين الاخريين بمقدار ٤ ما هذا العدد؟

س١١)اذا كان هـ (س) كثير حدود من الدرجة الثانية وكان ن (س) = س^{٣} + هـ (س) فما قاعدة الاقتران ن (س) الذي يمر منحناه بالنقاط (١،٣) (٢،١٧) (-١،٥)

س١٢)عددان مجموعهما ٨٥ اذا اضيف الى العدد الأول ١٥ وطرح من العدد الثاني ١٧ صار العددين متساويين ،فما هما العددان ؟

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

الدرس الثاني: حل نظام من معادلتين في متغيرين: احدهما خطية،والأخرى تربيعية

طريقة الحل :لحل هذا النوع من المعادلات نتبع الترتيب الاتي

١) نعوض المعادلة الخطية بالمعادلة التربيعية ونحسب قيمة احد المتغيرات

٢)نستخدم طرق حل المعادلة التربيعية واذا لم نستطع حلها نستخدم القانون العام لحل المعادلة

ملاحظات

*نظرية فيثاغورس تطبق على المثلث القائم ...(المقابل)^{٢}+(المجاور)^{٢} = (الوتر)^{٢} يستخدم كثيرا (مهم)

**قانون الميل للخط المستقيم

$$ص = و(س) \leftarrow م = \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{و(س_{٢}) - و(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}}$$

***قانون معادلة الخط المستقيم

$ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$ حيث $(س_{١}، ص_{١})$ احد النقاط التي يمر بها الخط المستقيم

****قانون معادلة الدائرة التي تمر بالمركز $(س_{١}، ص_{١})$ حيث نق : تمثل نصف القطر

$$(س - س_{١})^{٢} + (ص - ص_{١})^{٢} = نق^{٢}$$

*****قانون مساحة المستطيل حيث س: تمثل الطول ، ص :تمثل العرض

مساحة المستطيل= س × ص

تركات عند حل المسائل

أحيانا نحتاج تبسيط المعادلة التربيعية قبل التعويض فيها مثل المربع الكامل او غيرها من التمارين

بعض الأسئلة لا نبسط نستطيع التعويض مباشرة محل مقدار معين



لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

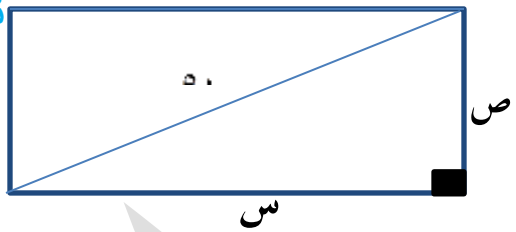
مثال١:الكتاب يعرض احد محلات بيع الأجهزة الكهربائية عدة مقاسات من شاشات LCD فاذا اشترى شخص شاشة من مقاس٥٠ بوصة (انش) (المقاس يمثل طول **قطر الشاشة**) جد ابعاد الشاشة اذا كان **طولها يزيد عن عرضها بمقدار** ١٠ بوصة

الحل: نفرض **طول** الشاشة س و**العرض** ص و**القطر** ع

ع = ٥٠ **معطى**



نطبق نظرية فيثاغورس على المثلث القائم



$س^{٢}+ص^{٢}=(٥٠)^{٢}\leftarrow س^{٢}+ص^{٢}=٢٥٠٠$

طولها يزيد عن عرضها بمقدار ١٠ ← س = ص − ١٠ **المعادلة الخطية نعوضها بالتربيعية**

$س^{٢}+ص^{٢}=٢٥٠٠\leftarrow س^{٢}+(س-١٠)^{٢}=٢٥٠٠$

$س^{٢}+س^{٢}-٢٠س+١٠٠=٢٥٠٠\leftarrow ٢س^{٢}-٢٠س-٢٤٠٠=٠$ **نقسم على ٢**

$س^{٢}-١٠س-١٢٠٠=٠\leftarrow (س-٤٠)(س+٣٠)=٠$

س = ٤٠ ✓ ، س = −٣٠ ✗ **لا يوجد طول بالسالب** لانها شاشة LCD

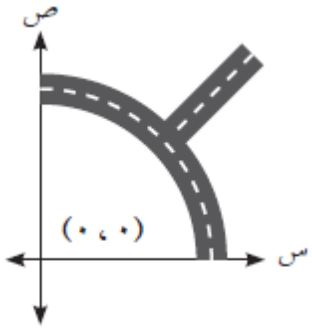
عندما س = ٤٠ نعوض في الخطية او التربيعة لايجاد ص **الحلين صح**

ص = س − ١٠ ← ٤٠ − ١٠ = ٣٠ ✓ **ملاحظة** لو عوضنا في التربيعية حيطلع حلين **حرفض السالب**

∴ **طول الشاشة س = ٤٠ بوصة ، عرض الشاشة ص = ٣٠ بوصة**

نشاط٢:الكتاب: شارعان احدهما على شكل منحنى معادلته $٣س^{٢}+٤ص^{٢}=٢٨$ والأخر مستقيم معادلته ص = س + ٢ يلتقيان في مفترق طرق جد احداثيات نقطة التقاطع على اعتبار ان مركز الشارع هو النقطة (٠،٠)

الحل: بما انهم **يتلقيان في مفترق طرق** **نعوض الخطية بالتربيعية**



س = ص − ٢ نعوضها في المعادلة ← $٣س^{٢}+٤ص^{٢}=٢٨$

$\leftarrow ٣(ص-٢)^{٢}+٤ص^{٢}=٢٨$

$\leftarrow ٣\times(٤ص^{٢}-٨ص+٤)+٤ص^{٢}=٢٨$

$\leftarrow ١٢ص^{٢}-٢٤ص+١٢+٤ص^{٢}=٢٨$

$\leftarrow ١٦ص^{٢}-٢٤ص-١٦=٠$ **نقسم على ٨** ← $٢ص^{٢}-٣ص-٢=٠$

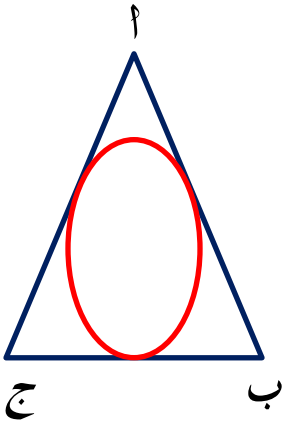
$\leftarrow ص^{٢}-٣ص-٤\leftarrow (٢ص-٤)(٢ص+١)=٠\leftarrow$ ص = ٢ ✓ ، ص = $-\frac{١}{٢}$ ✗ **لانه شارع**

نعوض في الخطية ونحسب س ← س = ٢ص − ٢ ← ٢(٢) − ٢ = ٢

∴ **نقطة التقاطع هي (٢،٢)**

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

نشاط٣:الكتاب: مثلث رؤوسه أ،ب،جـ مرسوم داخل دائرة بحيث تمس اضلاعه من الداخل فاذا كانت أ$\left(\frac{١}{٢}، ٤\right)$،ب (٨،- ١)ومعادلة الدائرة هي س^{٢} + ص^{٢} = ١٣ جد كل مما يلي



١)ميل المستقيم أ،ب

الحل: م = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{-١ - ٤}{-٨ \frac{١}{٢}} = \frac{-٥}{\frac{١٥}{٢}} = -٥ \times \frac{٢}{١٥} = \frac{-٢}{٣}$

٢)معادلة الخط المستقيم أ،ب

الحل: ص - ص$_{١}$ = م(س - س$_{١}$) ← ص - (-١) = $\frac{-٢}{٣}$ (س - ٨)

ص + ١ = $\frac{-٢}{٣}$ س + $\frac{١٦}{٣}$ ← ص = $\frac{-٢}{٣}$ س + $\frac{١٣}{٣} = \frac{-٢س + ١٣}{٣}$

٣)نقطة التماس نعوض معادلة الخط المستقيم (المعادلة الخطية)بالمعادلة التربيعية

ص = $\frac{-٢س + ١٣}{٣}$ ، س^{٢} + ص^{٢} = ١٣

س^{٢} + $\left(\frac{-٢س + ١٣}{٣}\right)^{٢}$ = ١٣ ← س^{٢} + $\frac{٤س^{٢} - ٥٢س + ١٦٩}{٩}$ = ١٣ نضرب في ٩

٩س^{٢} + ٤س^{٢} - ٥٢س + ١٦٩ = ١١٧ ← ١٣س^{٢} - ٥٢س + ٥٢ = ٠ نقسم على ١٣

س^{٢} - ٤س + ٤ = ٠ ← (س - ٢)(س - ٢) = ٠ ← س = ٢ نعوض في الخطية

ص = $\frac{-٢س + ١٣}{٣} = \frac{-٢(٢) + ١٣}{٣} = \frac{٩}{٣}$ = ٣

∴ نقطة التماس هي (٢،٣)

تمرين مستقيم يمر (١،١)،$\left(\frac{٣}{٢}، ٠\right)$ فقطع منحنى العلاقة (س + ٢ص)^{٣} - ٤س + ٦ص = ٤٣

جد نقطة التقاطع

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

أسئلة الكتاب



س١) حل النظام الاتي

$$س + ص = ٥$$
$$٣س^{٢} - ٢ص^{٢} = ١٩$$

الحل: $س = ٥ - ص$ نعوض في التربيعية

$$٣س^{٢} - ٢ص^{٢} = ١٩ \leftarrow ٣(٥ - ص)^{٢} - ٢ص^{٢} = ١٩$$
$$٣ \times (٢٥ - ١٠ص + ص^{٢}) - ٢ص^{٢} = ١٩ \leftarrow ٧٥ - ٣٠ص + ٣ص^{٢} - ٢ص^{٢} = ١٩$$
$$ص^{٢} - ٣٠ص + ٥٦ = ٠ \leftarrow (ص - ٢٨)(ص - ٢) = ٠ \leftarrow ص = ٢، ٢٨$$

عندما ص = ٢٨

$$س = ٥ - ص$$
$$= ٥ - ٢٨ = -٢٣$$

عندما ص = ٢

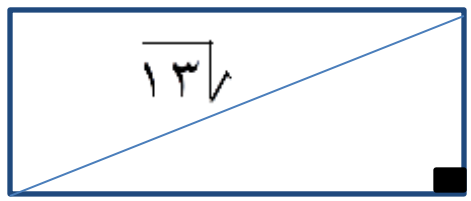
$$س = ٥ - ص$$
$$= ٥ - ٢ = ٣$$

$$م.ع = \{(-٢٣، ٢٨)، (٣، ٢)\}$$

س٢) سجادة مستطيلة الشكل طولها يزيد عن عرضها بمقدار متر واحد ، وقطرها يساوي $\sqrt{١٣}$ م
جد اطوال ابعادها ؟

الحل: نفرض الطول س والعرض ص

طولها يزيد عن عرضها بمقدار متر واحد تعني $س - ١ = ص$





نطبق نظرية فيثاغورس $س^{٢} + ص^{٢} = (\sqrt{١٣})^{٢}$ لكن $ص = س - ١$

$$س^{٢} + (س - ١)^{٢} = (\sqrt{١٣})^{٢} \leftarrow س^{٢} + س^{٢} - ٢س + ١ = ١٣$$

$$٢س^{٢} - ٢س - ١٢ = ٠$$ نقسم المعادلة على ٢

$$س^{٢} - س - ٦ = ٠ \leftarrow (س - ٣)(س + ٢) = ٠ \leftarrow س = ٣ ✓ \quad ، \quad س = -٢ ✗$$

نعوض لايجاد ص

$$ص = س - ١ = ٣ - ١ = ٢ \quad ✓$$

الطول $س = ٣$ ، العرض $ص = ٢$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٣) اجد نقطة/نقط تقاطع المستقيم الذي ميله يساوي ٣ ويمر بالنقطة (٢،٥) مع المنحنى الذي معادلته ٢ص^{٢} − ٣س^{٢} = ٥

الحل: بما ان السؤال اعطى الميل والنقطة نجد معادلة الخط المستقيم (المعادلة الخطية)

ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$) ← ص − ٥ = ٣(س − ٢) ← ص − ٥ = ٣س − ٦

ص = ٣س − ١ نعوض في المعادلة التربيعية

٢ص^{٢} − ٣س^{٢} = ٥ ← ٢(٣س − ١)^{٢} − ٣س^{٢} = ٥

٢ × (٩س^{٢} − ٦س + ١) − ٣س^{٢} = ٥ ← ١٨س^{٢} − ١٢س + ٢ − ٣س^{٢} = ٥

١٥س^{٢} − ١٢س − ٣ = ٠ نقسم المعادلة على ٣

٥س^{٢} − ٤س − ١ = ٠ ← س^{٢} − ٤س − ٥ ← (٥س − ٥)(٥س + ١) = ٠

س = ١،س = $-\frac{١}{٥}$ نعوض لايجاد ص

عندما س = ١ فان ص = ٣س − ١ = ٣(١) − ١ = ٢ ومنها النقطة الأولى هي (١،٢)

عندما س = $-\frac{١}{٥}$ فان ص = ٣$\left(-\frac{١}{٥}\right)$ − ١ = $-\frac{٣}{٥}$ − ١ = $-\frac{٨}{٥}$ ومنها النقطة الثانية هي $\left(-\frac{١}{٥}، -\frac{٨}{٥}\right)$

س٤) اجد نقطة تقاطع المستقيم ٢س + ٣ص = ٦ مع المنحنى (٢س + ص)^{٢} + (٢س − ص)^{٢} = ٨

الحل: لاحظ قبل فك التربيع نستطيع تعويض عن قيمة ٢س = ٦ − ٣ص نعوض داخل الاقواس

(٢س + ص)^{٢} + (٢س − ص)^{٢} = ٨ ← (٦ − ٣ص + ص)^{٢} + (٦ − ٣ص − ص)^{٢} = ٨

(٦ − ٢ص)^{٢} + (٦ − ٤ص)^{٢} = ٨ ← ٣٦ − ٢٤ص + ٤ص^{٢} + ٣٦ − ٤٨ص + ١٦ص^{٢} = ٨

٢٠ص^{٢} − ٧٢ص + ٧٢ = ٨ ← ٢٠ص^{٢} − ٧٢ص + ٦٤ = ٠ نقسم المعادلة على ٤

٥ص^{٢} − ١٨ص + ١٦ = ٠ ← ص^{٢} − ١٨ص + ٨٠ ← (٥ص − ١٠)(٥ص − ٨) = ٠

ص = ٢،ص = $\frac{٨}{٥}$ نعوض ونحسب قيمة س في كل حالة ٢س = ٦ − ٣ص ← س = $\frac{٦-٣ص}{٢}$

عندما ص = ٢ فان س = $\frac{٦-٣(٢)}{٢}$ = $\frac{٠}{٢}$ = ٠ النقطة الأولى من التقاطع (٠،٢)

عندما ص = $\frac{٨}{٥}$ فان س = $\frac{٦-٣\left(\frac{٨}{٥}\right)}{٢}$ = $\frac{٦-\frac{٢٤}{٥}}{٢}$ = $\frac{٦}{٥} \times \frac{١}{٢}$ = $\frac{٣}{٥}$ النقطة الثانية $\left(\frac{٣}{٥}، \frac{٨}{٥}\right)$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٥)طاولة اجتماعات بيضاوية الشكل محاطة باطار معدني معادلته ٦ ١س^{٢} + ٢٥ص^{٢} = ٦٤
مرسوم على سطحها خطان مستقيمان متقاطعان في مركز الطاولة (٠،٠) ومعادلتهما هي
ص = ∓ ٤ ∕ ٣ س ،جد نقاط تقاطع المستقيمين مع اطار هذه الطاولة .

الحل:نعوض المعادلة الخطية بالتربيعية لايجاد قيمة كل من س،ص

٦ ١س^{٢} + ٢٥ص^{٢} = ٦٤ ← ٦ ١س^{٢} + ٢٥ (∓ ٤ ∕ ٣ س)^{٢} = ٦٤

← ٦ ١س^{٢} + ٢٥ × ٤٨س^{٢} = ٦٤ ← ٦ ١س^{٢} + ٢٠٠ ١س^{٢} = ٦٤

← ٦ ٢١٦ ١س^{٢} = ٦٤ ← $\frac{١٢١٦}{١٢١٦}$ س^{٢} = $\frac{٦٤}{١٢١٦}$ ← س^{٢} = $\frac{١}{١٩}$ ← س = ± $\frac{١}{\sqrt{١٩}}$

نعوض قيمة س لايجاد ص ، ص = ∓ ٤ ∕ ٣ (± $\frac{١}{\sqrt{١٩}}$) = ∓ ٤ ∕ $\frac{٣}{١٩}$ وبالتالي فان نقاط

التقاطع هي (± $\frac{١}{\sqrt{١٩}}$ ، ∓ ٤ ∕ $\frac{٣}{١٩}$)

س٦)جد نقاط تقاطع منحنى الدائرة التي مركزها (٢،٣) وطول نصف قطرها ٦ ∕ ١ مع المستقيم المار بنقطة الأصل والنقطة (١،١)

الحل: لاحظ اننا لا نمتلك أي معادلة ولكن نستطيع تكوين المعادلات من خلال القوانين المتعلقة بالدرس

نعلم قانون معادلة الدائرة اذا علم نصف قطرها ومركزها (س − س$_{١}$)^{٢} + (ص − ص$_{١}$)^{٢} = نق^{٢}

(س − ٣)^{٢} + (ص − ٢)^{٢} = (٦ ∕ ١)^{٢} ← (س − ٣)^{٢} + (ص − ٢)^{٢} = ٦ ١ (التربيعية)

لايجاد المعادلة الخطية نستخدم معادلة الخط المستقيم لانه السؤال اعطى نقطتين نستطيع حساب الميل والمعادلة ، نقطة الأصل = (٠،٠) والنقطة الثانية (١،١)

م = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$ = $\frac{١ - ٠}{١ - ٠}$ = ١،١ نأخذ أي نقطة من النقطتين نفس الحل

ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$) ← ص − ٠ = ١ (س − ٠) ← ص = س (الخطية) نعوض

(س − ٣)^{٢} + (س − ٢)^{٢} = ٦ ١ ← س^{٢} − ٦س + ٩ + س^{٢} − ٤س + ٤ = ٦ ١

٢س^{٢} − ١٠ س + ١٣ − ١٦ = ٠ ← ٢س^{٢} − ١٠ س − ٤٨ = ٠ نقسم على ٢

س^{٢} − ٥س − ٢٤ = ٠ ← (س − ٨)(س + ٣) = ٠ ← س = ٨،٨ − ٣ نعوض بالخطية

ص = س ← ص = ٨،٨ − ٣ نقاط التقاطع هي (٨،٨ ، − ٣،٣)

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

تمارين اثرائية على الدرس الثاني

س١)حل الأنظمة التالية وجد مجموعة حل كل منها

١) $ص = س^{٢} + ٥س - ٦$
$٢س + ص = ١٢$

٢) $٢ص = ٨$
$ص = ٣ - ٢س - س^{٢}$

٣) $س + ص = ٥$
$س^{٢} + ص^{٢} = ٩$

٤) $(س - ١)^{٢} = ٤$
$ص = ٥ - س$

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٢)سجادة على شكل مستطيل مجموع بعديها يساوي ٧م وطول قطرها ٥ م اذا كان تكلفة المتر المربع لصناعتها يساوي ٤ دنانير ما تكلفة صناعة السجادة ؟

س٣)مزرعة مستطيلة الشكل طول قطرها ٥٠م ومحيطها ١٤٠ م جد بعدي المزرعة؟

س٤)دائرتان مجموع محيطهما ١٢ π سم ومجموع مساحتيهما ٢٠ π سم^{٢} جد قطر كل منهما؟

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٥)قالت روان عمري اكبر بأربع سنوات من عمر اخي احمد ومجموع مربعي عمرينا هو ٦ ٤ ٣ ما عمر روان؟

س٦) قسم قصي ١ ٤ م^{٢} من مزرعته الى منطقتين مربعتي الشكل ،ثم زرعهما بمحصولي الطماطم والبطاطا اذا زاد بعد المنطقة المزروعة بالطماطم مترا واحد على بعد المنطقة المزروعة بالبطاطا، فما مساحة المنطقة المزروعة بكل محصول ؟

س٧)اذا علمت ان المعادلة الخطية ص = ٣س + ع تقطع المنحنى ص = ٢س^{٢} + ٣س − ٥ في نقطة واحدة، فما قيمة ع

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٨)ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي

١) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلا للنظام التالي س ^{٢} − ص ^{٢} = ٥ ، س + ص = ٥

أ)(− ٣، − ٢)　　ب)(٢، ٣)　　ج)(٣، ٢)　　د)(− ٣، ٢)

٢)عددان موجبان مجموعهما ١٢ والفرق بين مربعيهما ٢٤ فما العددان

أ)٦، ٦　　ب)٩، ٣　　ج)٥، ٧　　د)٨، ٤

٣)بركة ماء قاعدتها مستطيلة الشكل ومحيطها ١٦ والفرق بين مربعي بعديها ١٦ فما بعديها

أ)٣، ٥　　ب)٤، ٤　　ج)٦، ٢　　د)٥، ١١

٤)اذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (ب − ٢، − ١)، (٣، − ٥) يساوي − ٢ جد معادلة المستقيم

أ)ص = ٢س + ١　　ب)ص + ٢س − ١ = ٠

ج) ٣س + ص − ٤ = ٠　　د) س + ص − ١ = ٠

٥) اذا كان س + ص = ٢٠ ، س ص = ١٠ ما قيمة $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص}$

أ)٠ ٢　　ب)١٠　　ج)٥　　د)٢

س٩) جد ابعاد المستطيل الذي محيطه ٢٨ سم ونصف قطره ٥ سم؟

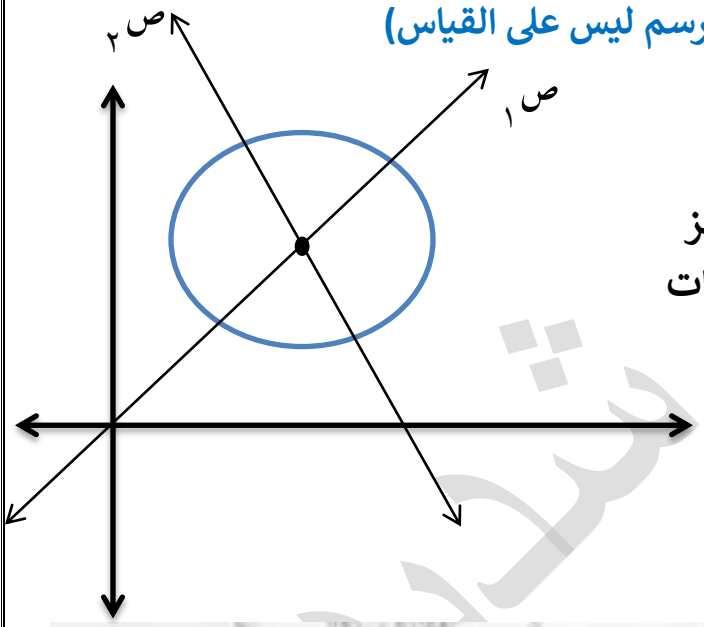
س١٠) نافذة على شكل مستطيل طولها يزيد عن عرضها بمقدار متر واحد اذا كان طول قطرها يساوي $\sqrt{٥}$ م يراد تركيب ألومنيوم للنافذة بسعر المتر المربع ٦٠ دينار. جد تكلفة الألومنيوم؟

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س١١)جد نقاط تقاطع منحنى الدائرة التي مركزها (٣،١) وطول نصف قطرها $\sqrt{٢٠}$ مع المستقيم الذي معادلته ص = ب س + ١ علما ان هذا المستقيم يمر بالنقطة (٥،٢)

س١٢) في الشكل المجاور اذا كانت معادلة الدائرة هي (الرسم ليس على القياس)

$(س - ٥)^{٢} + (ص - ٥)^{٢} = ٩$ جد كل مما يلي



١)معادلة المستقيم $ص_{١}$ علما انه يمر بنقطة الاصل

٢) معادلة المستقيم $ص_{٢}$ علما انه يعامد $ص_{١}$ عند المركز

٣)مساحة المثلث المكون من المستقيمين ومحور السينات



لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

الدرس الثالث: حل نظام مكون من معادلتين تربيعيتين في متغيرين

طريقة الحل :لحل هذا النوع من المعادلات نتبع الترتيب الاتي

١) نرتب المعادلات (عادة يكون الحل بالحذف وأحيانا بالتعويض حسب كل سؤال)

٢)نستخدم طرق حل المعادلة التربيعية واذا لم نستطع حلها نستخدم القانون العام لحل المعادلة

ملاحظات

*القانون العام للمعادلة التربعية في بعض المسائل قد نحتاجه $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢أ}$

حيث أ:معامل $س^{٢}$ ب:معامل س جـ:الحد المطلق

**قوانين بعض المتطابقات المثلثية نحتاجها لحل المسائل

١)$جا^{٢}هـ + جتا^{٢}هـ = ١$ ليس شرط ان يكون معامل الزاوية١ ← $جا^{٢}٢هـ + جتا^{٢}٢هـ = ١$

٢)$١ + ظا^{٢}هـ = قا^{٢}هـ$ ليس شرط ان يكون معامل الزاوية١ ← $١ + ظا^{٢}٣هـ = قا^{٢}٣هـ$

٣)$١ + ظتا^{٢}هـ = قتا^{٢}هـ$ ليس شرط ان يكون معامل الزاوية١ ← $١ + ظتا^{٢}٥هـ = قتا^{٢}٥هـ$

٤)$جا٢هـ = ٢جاهـجتاهـ$ ليس شرط ان يكون معامل الزاوية٢ ← $جا٤هـ = ٢جا٢هـجتا٢هـ$

٥)$جتا٢هـ = جتا^{٢}هـ - جا^{٢}هـ = ٢جتا^{٢}هـ - ١ = ١ - ٢جا^{٢}هـ$ حسب كل سؤال

نشاط١ :الكتاب: حل النظام $س^{٢} + ص^{٢} = ٤$ ← (١)

$(س - ١)^{٢} + ص^{٢} = ٥$ ← (٢)

الحل: نحذف $ص^{٢}$ لانها الاسهل نضرب المعادلة الأولى في سالب واحد

$(س^{٢} + ص^{٢} = ٤) \times -١$ ← $-س^{٢} - ص^{٢} = -٤$

$(س - ١)^{٢} + ص^{٢} = ٥$

$-س^{٢} + (س - ١)^{٢} = ١$ ← $-س^{٢} + س^{٢} - ٢س + ١ = ١$ ← $-٢س = ٠$

س = ٠ نعوض في احدى المعادلات لايجاد ص ثم لايجاد نقاط التقاطع

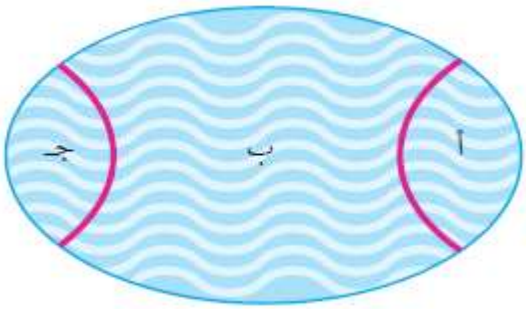
$س^{٢} + ص^{٢} = ٤$ ← $(٠)^{٢} + ص^{٢} = ٤$ ← $ص^{٢} = ٤$ ← $ص = \sqrt{٤}$ ← $|ص| = ٢$

ومنها ص = ±٢ ← نقاط التقاطع هي $(٠، ٢)، (٠، -٢)$

كيف حالك اليوم؟

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

مثال١:الكتاب: بركة سباحة سطحها بيضاوي يحيط بها ممر صغير معادلته $٢س^{٢}+٣ص^{٢}=٦٩$ فاذا قسمت الى ثلاث مناطق (منطقتي أ،ج للاطفال ، والمنطقة ب للكبار)فاذا حددت المناطق بحبال تقع على منحنى العلاقة $س^{٢}-ص^{٢}=١٢$ كما في الشكل المجاور ، اجد نقاط تقاطع الحبال مع أطراف البركة على اعتبار ان مركز البركة هو نقطة الأصل.



الحل: لايجاد نقاط التقاطع نحل المعادلات

$٢س^{٢}+٣ص^{٢}=٦٩$

$(س^{٢}-ص^{٢}=١٢)\times ٣$

$٢س^{٢}+٣ص^{٢}=٦٩$

$٣س^{٢}-٣ص^{٢}=٣٦$

$٥س^{٢}=١٠٥ \leftarrow س^{٢}=٢١$ ،نأخذ جذر الطرفين

$س=\pm\sqrt{٢١}$ نعوض لايجاد ص

$س^{٢}-ص^{٢}=١٢ \leftarrow (\pm\sqrt{٢١})^{٢}-ص^{٢}=١٢ \leftarrow ٢١-ص^{٢}=١٢$

$ص^{٢}=٩ \leftarrow ص=\pm٣$ ،نقط التقاطع هي $(\pm\sqrt{٢١}، \pm٣)$

مثال٢:الكتاب: حل النظام التالي $س^{٢}+ص^{٢}=٢٥$ ، $(س+٢ص)^{٢}+(س-٢ص)^{٢}=١٤٦$

الحل: نفك التربيع باستخدام قانون المربع الكامل

$(س+٢ص)^{٢}+(س-٢ص)^{٢}=١٤٦ \leftarrow$

$س^{٢}+٤س ص+٤ص^{٢}+س^{٢}-٤س ص+٤ص^{٢}=١٤٦$

$٢س^{٢}+٨ص^{٢}=١٤٦$ قسمة على ٢ $\leftarrow س^{٢}+٤ص^{٢}=٧٣$ اصبح لدينا معادلتين نحلهم بالحذف

$(س^{٢}+ص^{٢}=٢٥)\times -١$

$س^{٢}+٤ص^{٢}=٧٣$

$-س^{٢}-ص^{٢}=-٢٥$

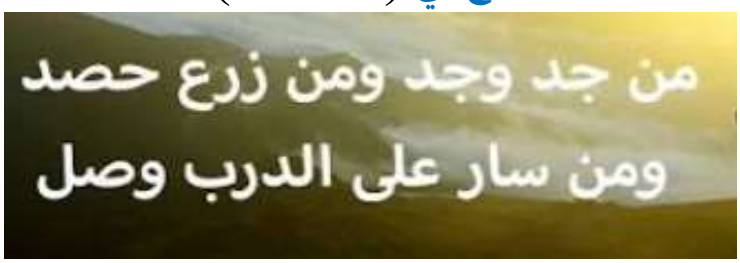
$س^{٢}+٤ص^{٢}=٧٣$

$٣ص^{٢}=٤٨ \leftarrow ص^{٢}=١٦ \leftarrow ص=\pm٤$ نعوض لايجاد س

$س^{٢}+ص^{٢}=٢٥ \leftarrow س^{٢}+(\pm٤)^{٢}=٢٥ \leftarrow س^{٢}+١٦=٢٥$

$س^{٢}=٩ \leftarrow س=\pm٣$ ،نقط التقاطع هي $(\pm٣، \pm٤)$

يوجد طرق أخرى للحل



لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

مثال٣:الكتاب: النقطة و (س،ص) تتحرك في المستوى بحيث يتحدد موقعها حسب العلاقتين الاتيتين

س = ٣جتاه ، ص = ٤جاه اجد نقطة تقاطع مسار هذه النقطة مع منحنى العلاقة

٦ ١س^{٢} – ٩ص^{٢} = ١٤٤

الحل: لحل مثل هذه المسائل لاحظ لا يوجد معادلة أخرى نستفيد من قوانين جا والجتا حيث اننا نعلم

ان جا^{٢} هـ+جتا^{٢} هـ = ١ أي اننا نتخلص من جا وجتا عند تربيعهما بالعدد واحد ،نجعل جا وجتا لوحدهم

س = ٣جتاه ← $\frac{س}{٣}$ =جتاه ، ص =٤جاه ← $\frac{ص}{٤}$ =جاه نربع لكي نحصل على المتطابقة

$\left(\frac{س}{٣}\right)^{٢}$ =$\left(جتاه\right)^{٢}$ ← $\frac{س^{٢}}{٩}$ =جتا^{٢}ه ، $\left(\frac{ص}{٤}\right)^{٢}$ =$\left(جاه\right)^{٢}$ ← $\frac{ص^{٢}}{١٦}$ =جا^{٢}ه . نجمع

$\frac{س^{٢}}{٩}$ + $\frac{ص^{٢}}{١٦}$ =جتا^{٢}ه+جا^{٢}ه = ١ ← $\frac{س^{٢}}{٩}$ + $\frac{ص^{٢}}{١٦}$ = ١ حصلنا على المعادلة الثانية

لكي نتخلص من المقام نضرب كل المعادلة فيه (احسن للحل يا جدع، المقام عاملي وجع راس)

$\left(\frac{س^{٢}}{٩}\right.$ + $\left.\frac{ص^{٢}}{١٦} = ١\right)$ × ١٦×٩ ← ٦ ١س^{٢} + ٩ص^{٢} = ١٤٤ الان نحل المعادلات

٦ ١س^{٢} – ٩ص^{٢} = ١٤٤

٦ ١س^{٢} + ٩ص^{٢} = ١٤٤

٣٢س^{٢} = ٢٨٨ ← $\frac{٣٢س^{٢}}{٣٢}$ = $\frac{٢٨٨}{٣٢}$ ← س^{٢} = ٩ ← س = ±٣ لايجاد ص نعوض

٦ ١س^{٢} – ٩ص^{٢} = ١٤٤ ← ١٦(±٣)^{٢} – ٩ص^{٢} = ١٤٤ ← –٩ص^{٢} = ٠ ← ص = ٠

أي ان نقطتي التقاطع هما (±٣،٠)

تمرين عددان موجبان مجموع مربعيهما يساوي٥ ٢ والفرق بين ثلاثة أمثال مربع الأول ومثلي مربع الثاني يساوي ٠ ٣ جد العددين ؟

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

أسئلة الكتاب

س١) حل الانظمة التالية

١) $س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠$

$٢س^{٢} - ص^{٢} = ٨$

الحل: النظام حالل حالو

$٣س^{٢} = ١٠٨ \leftarrow س^{٢} = ٣٦$

$س = \pm ٦$ ✓ نعوض لايجاد ص

$س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠ \leftarrow ٣٦ + ص^{٢} = ١٠٠$

$ص^{٢} = ٦٤ \leftarrow ص = \pm ٨$ ✓

٢) $س^{٢} + ٢ص^{٢} - ١٤ = ٠$

$(٢س^{٢} - ص^{٢} = ٢) \times ٢$

$س^{٢} + ٢ص^{٢} = ١٤$

$٤س^{٢} - ٢ص^{٢} = ٤$

$٥س^{٢} = ٤٥ \leftarrow س^{٢} = ٩$

$س = \pm ٣$ ✓ نعوض لايجاد ص

$س^{٢} + ٢ص^{٢} - ١٤ = ٠ \leftarrow ٢ص^{٢} = ٥٠$

$ص^{٢} = ٢٥ \leftarrow ص = \pm ٥$ ✓

س٢) غرفة أرضيتها مستطيلة الشكل، طول قطرها يساوي $\sqrt{٣٤}$ م،وثمانية أمثال مربع عرضها يقل عن سبعة أمثال مربع طولها بمقدار ١٠٣ فما بعداها

الحل: معظم أسئلة المستطيل مرتبطة بفيثاغورس في حال علم القطر او نصف القطر ،نترجم المعطيات مربع يعني تربيع واتذكر يا وردة بعد عن يساوي (متغير) وبعد يزيد ناقص(عدد) وبعد يقل زائد(عدد)

نفرض الطول س والعرض ص من فيثاغورس $س^{٢} + ص^{٢} = (\sqrt{٣٤})^{٢} \leftarrow س^{٢} + ص^{٢} = ١٣$

$٨ص^{٢} + ١٠٣ = ٧س^{٢}$

نحل المعادلات (نرتب)

$(س^{٢} + ص^{٢} = ٣٤) \times ٧$

$-٧س^{٢} + ٨ص^{٢} = -١٠٣$

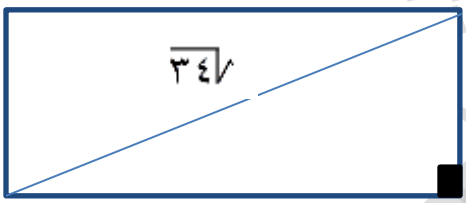
$٧س^{٢} + ٧ص^{٢} = ٢٣٨$

$-٧س^{٢} + ٨ص^{٢} = -١٠٣$

$١٥ص^{٢} = ١٣٥ \leftarrow ص^{٢} = ٩ \leftarrow ص = ٣$

نعوض لايجاد س $\leftarrow س^{٢} + ص^{٢} = ٣٤ \leftarrow س^{٢} + ٩ = ٣٤ \leftarrow س^{٢} = ٢٥$

س = ٥ ، الطول س = ٥ والعرض يساوي ص = ٣ نرفض السالب لانه طول وعرض مستطيل





لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٣) اجد نقطة /نقط تقاطع المنحنى الذي معادلته $(س - ٣ص)^{٢} + (س + ٣ص)^{٢} = ٢٢$

مع المنحنى الذي معادلته $س^{٢} - ٤ص^{٢} = -٢$

الحل: نفك التربيع باستخدام قانون المربع الكامل $(س - ٣ص)^{٢} + (س + ٣ص)^{٢} = ٢٢ \leftarrow$

$س^{٢} - ٦س ص + ٩ص^{٢} + س^{٢} + ٦س ص + ٩ص^{٢} = ٢٢$

$٢س^{٢} + ١٨ص^{٢} = ٢٢$ نقسم على ٢ $\leftarrow$ $س^{٢} + ٩ص^{٢} = ١١$ نحل المعادلات

$س^{٢} + ٩ص^{٢} = ١١$

$(س^{٢} - ٤ص^{٢} = -٢) \times -١$

$س^{٢} + ٩ص^{٢} = ١١$

$-س^{٢} + ٤ص^{٢} = ٢$

$١٣ص^{٢} = ١٣ \leftarrow ص^{٢} = ١ \leftarrow ص = \pm ١$ نعوض لايجاد س $\leftarrow$ $س^{٢} + ٩ص^{٢} = ١١$

$س^{٢} + ٩(\pm ١)^{٢} = ١١ \leftarrow س^{٢} = ٢ \leftarrow س = \pm \sqrt{٢}$

أي ان نقط التقاطع هي $(\pm \sqrt{٢}، \pm ١)$

سؤال تحدي حل نظام المعادلات الاتي

$س^{٢} - ٣س ص + ٢ص^{٢} = ٠$

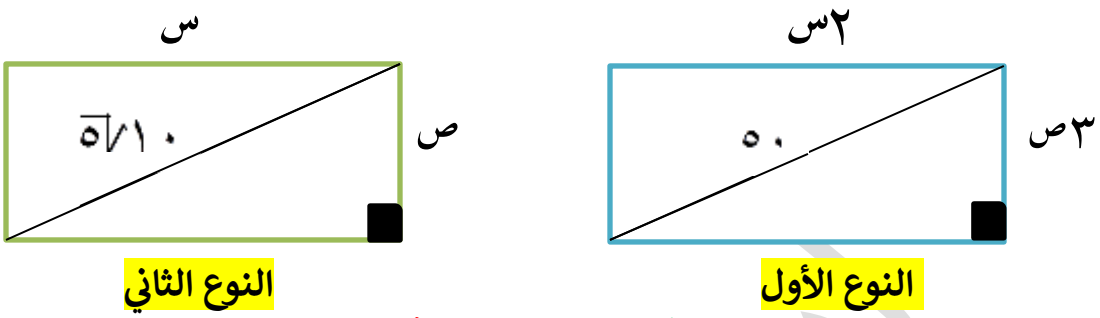
$س^{٢} + س ص = ٦$



لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٤) استورد تاجر نوعين من البلاط على شكل مستطيل ،فاذا كان قطر أي قطعة من النوع الأول يساوي ٥٠ سم ، وطول قطر أي قطعة من النوع الثاني ١٠ √٥ سم ، وكان طول القطعة من النوع الأول يساوي ضعفي طول القطعة من النوع الثاني ، وعرض أي قطعة من النوع الأول يساوي ٣ أضعاف عرض أي قطعة من النوع الثاني ،فما طول وعرض كل قطعة من النوعين ؟

الحل: الرسم غير ضروري للحل ولكن لتوضيح وفهم السؤال فقط (من المعطيات لدينا مستطيلان)



النوع الأول **النوع الثاني**

لاحظ ان المعطيات موضحة على كل رسمه (نطبق فيثاغورس على المستطيلين)

$٤س^{٢} + ٩ص^{٢} = (٥٠)^{٢} \leftarrow ٤س^{٢} + ٩ص^{٢} = ٢٥٠٠ \leftarrow (١)$

$س^{٢} + ص^{٢} = (١٠\sqrt{٥})^{٢} \leftarrow س^{٢} + ص^{٢} = ٥٠٠ \leftarrow (٢)$

$(س^{٢} + ص^{٢} = ٥٠٠) \times -٤ \leftarrow -٤س^{٢} - ٤ص^{٢} = -٢٠٠٠$

$٤س^{٢} + ٩ص^{٢} = ٢٥٠٠$

$-٤س^{٢} - ٤ص^{٢} = -٢٠٠٠$

$٥ص^{٢} = ٥٠٠ \leftarrow ص^{٢} = ١٠٠ \leftarrow ص = \pm ١٠$ نعوض لايجاد س

$س^{٢} + ص^{٢} = ٥٠٠ \leftarrow س^{٢} + ١٠٠ = ٥٠٠ \leftarrow س^{٢} = ٤٠٠ \leftarrow س = \pm ٢٠$

نرفض السالب لانه بلاط

النوع الأول طوله ٢س = ٤٠ سم وعرضه ٣ص = ٣٠ سم أي انه ٤٠ × ٣٠

النوع الثاني طوله س = ٢٠ سم وعرضه ص = ١٠ سم أي انه ٢٠ × ١٠

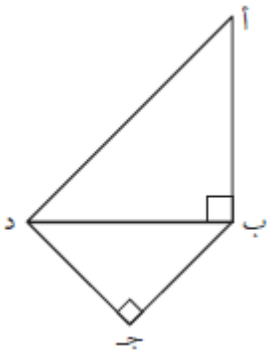
تمرين: حل النظام الاتي

$س^{٢} + ص^{٢} = ١٣$

$س^{٢} - ص = ٧$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٥) قطعة ارض موضحة في الشكل المجاور ،يراد عمل سور حولها ،جد طول هذا السور اذا كان الضلع أب يساوي ضعفي ب جـ علما ان أد = ٥٠ م ، د جـ = ٤٠ م



الحل: نفرض ان ب جـ = س ، أب = ٢س لانها ضعفها ، ب د = ص

نطبق فيثاغورس على المثلثين أب د، ب ج د

٤س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥٠٠

س^{٢} + ١٦٠٠ = ص^{٢}

نحل المعادلات

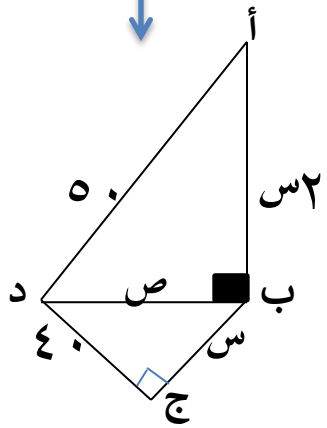
٤س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥٠٠

س^{٢} − ص^{٢} = ١٦٠٠

٥س^{٢} = ٩٠٠ ← س^{٢} = ١٨٠ ← س = $\sqrt{١٨٠}$

لا نحتاج ص لانه السؤال بدو طول السور يعني محيط الشكل

طول السور= محيط الشكل كالتالي ٢س+س+٤٠+٥٠=١٣٠م



ملاحظة : لو طلب السؤال مساحة المثلث او مساحة الشكل نستخدم ص وممكن يطلب منك الزاوية كمان عادي الوضع كولا المهم انك فاهم

س٦) تتحرك النقطة م (س،ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها حسب العلاقتين

س = قاهـ ، ص = ظاهـ حيث هـ تمثل قياس زاوية حادة اجد نقط تقاطع منحنى مسار هذه النقطة مع منحنى العلاقة س^{٢} + ص^{٢} = ٧

الحل: لحل مثل هذه المسائل لاحظ لا يوجد معادلة أخرى نستفيد من قوانين قا والظا حيث اننا نعلم

١ + ظا^{٢}هـ = قا^{٢}هـ ← قا^{٢}هـ − ظا^{٢}هـ = ١ ← س^{٢} = قا^{٢}هـ ، ص^{٢} = ظا^{٢}هـ

قا^{٢}هـ − ظا^{٢}هـ = س^{٢} − ص^{٢} = ١ نحل المعادلات

س^{٢} + ص^{٢} = ٧

س^{٢} − ص^{٢} = ١

٢س^{٢} = ٨ ← س^{٢} = ٤ ← س = ±٢ نعوض لايجاد ص

س^{٢} + ص^{٢} = ٧ ← (±٢)^{٢} + ص^{٢} = ٧ ← ص^{٢} = ٣ ← ص = ± $\sqrt{٣}$

نقط التقاطع هي (±٢، ± $\sqrt{٣}$)



لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

تمارين اثرائية على الدرس الثالث

س١) حل الأنظمة التالية

١) $ص = س^{٢} + ٤س - ٣$
$ص = -س^{٢} + ٢س - ٣$

٢) $س^{٢} + ص^{٢} = ١٦$
$٣ص - س^{٢} = -١٢$

٣) $س^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٤$
$س^{٢} + ص^{٢} = ٩$

٤) $٥س^{٢} - ٢ص^{٢} = ١٨$
$٣س^{٢} + ٥ص^{٢} = ١٧$

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٢) قذفت كرتان رأسيا في الوقت نفسه من موقعين مختلفين ،اذا كانت المعادلة
ص = −٢ن^{٢} + ١٢ن + ١٠ تمثل ارتفاع الكرة الأولى بعد ن ثانية وكانت المعادلة
ص = −٢ن^{٢} + ٤ن + ٢٤ تمثل ارتفاع الكرة الثانية ،فاوجد الزمن الذي يتساوى عنده ارتفاع كل من الكرتين ،ثم جد ارتفاع كل كرة في تلك اللحظة ؟

س٣) قطعة ارض على شكل مثلث متطابق الضلعين ،طول ضلعه المتطابق ٥٠ ومساحته ١٢٠٠م^{٢}
جد طول قاعدته وارتفاعه؟

س٤) تحركت نقطة (س،ص) في المستوى الديكارتي حسب العلاقتين س =ظتا٢هـ،ص =٣قتا٢هـ
جد نقطة تقاطع هذه النقطه مع منحنى العلاقة ص^{٢} − ٢س^{٢} = ١٦

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٥) تحركت نقطة (س،ص) في المستوى الديكارتي حسب العلاقتين س =جاهـ+جتاهـ
ص = √جاهـجتاهـ جد نقطة تقاطع مسار النقطه مع منحنى العلاقة س^{٢} + ٢ص^{٢} = ١

س٦) تحركت نقطة (س،ص) في المستوى الديكارتي حسب العلاقتين ،حيث هـ زاوية متغيرة
س = ٤قاهـ ، ص = ٣جاهـ جد نقطة تقاطع مسار النقطه مع منحنى العلاقة
٩س^{٢} + ٣٢ص^{٢} = ٢٨٨

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٧)ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي

١) ما العددان الموجبان اللذان مجموع مربيعهما يساوي ٢٥ والفرق بين مربعيهما ٢٠

أ) ٦،٤ ب) ١٨،٨ ج) – ٦،٨ د) ٤،٨

---

٢) اذا كان س + $\frac{١}{س}$ = ٢ فما قيمة س^{٢} + $\frac{١}{س^{٢}}$

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) لا شيء مما ذكر

---

٣) ما مجموعة حل النظام س^{٢} + ص^{٢} = ٩

س^{٢} + ص^{٢} = ٤

أ) $(٢، \sqrt{٥})$ ب) (٣،٣) ج) لا يوجد له حل د) عدد لانهائي من الحلول

---

٤) اذا كان $\sqrt{س ص}$ = ٣،س^{٢} + ص^{٢} = ١٨ ما قيمة (س – ص)^{٢}

أ) ٩ ب) – ٩ ج) ٠ د) لا شيء مما ذكر

---

٥) عددان مجموع مربعيهما ٨٥ وثلاثة أمثال مربع الأول يقل عن مربع الثاني بمقدار ١٢ ما العددان

أ) ٦،٤ ب) ٤،٥ ج) ٧،٤ د) ٣،٧

س٨) تحركت نقطة (س،ص) في المستوى الديكارتي حسب العلاقتين

س = جاهـ ، ص = جتا٢هـ – ١ جد نقطة تقاطع مسار النقطه مع منحنى العلاقة

ص = س^{٢} – ١٢

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٩) رسمت أسطوانة داخل مخروط نصف قطره ٤سم وارتقاعه ٢ ١سم بحيث تنطبق قاعدتها على قاعدة المخروط ،ومركزها هو مركز قاعدة المخروط وسطحها العلوي يمس سطح المخروط،اكتب حجم الأسطوانة بدلالة احد الابعاد؟ تذكير حجم الأسطوانة= مساحة القاعدة ×الارتفاع

س١٠) مربعان مجموع مساحتيهما ٨ ٥ م٢ والفرق بين مساحتيهما ٠ ٤م٢ جد مجموع محيطهما؟

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

الدرس الرابع: حل معادلات اسية ولوغاريتمية

طريقة الحل: راجع الجزء الأول في التأسيس الصفحات رقم (٢٢ – ٢٩) ضروري جدا للحل

الفيديوهات رقم (١ ١، ٢، ١ ٣، ١ ٤، ١) من سلسلة التأسيس طبعا بصير الدرس عندك زي البسكوت

مثال١:الكتاب: حل المعادلة الاسية الاتية الاسس

$(٤)^{٣س} = (٨)^{س+١}$ دائما عشان نحل هيك أسئلة بنوحد الأساس

الحل: $(٤)^{٣س} = (٨)^{س+١} \leftarrow (٢^{٢})^{٣س} = (٢^{٣})^{س+١}$ بس الأسس عند الرفع تضرب

$(٢)^{٦س} = (٢)^{٣س+٣}$ لاحظ ان الاساسات متساوية معناتو الأسس متساوية

$٦س = ٣س + ٣ \leftarrow ٣س = ٣ \leftarrow س = ١$

مثال٢:الكتاب: يتناقص سعر سيارة جديدة في اول ٥ سنوات بمعدل ٢٠٪ سنويا ،فاذا اشترى شخص سيارة قبل عدة سنوات بسعر ٢٠٠٠٠ دينار ،وباعها في العام ٢٠١٦ بسعر ١٠٢٤٠ دينارا

١)ما هي سنة انتاج السيارة ؟

الحل: اول اشي يا غالي بدنا نفهم السؤال فهم انسا المطاليب تعال اخرف معك شوي ،الشخص شرى السيارة جديدة شركة بسعره ٢٠٠٠٠ دينار هاي جديدة الف الف لنفترض باعها بعد سنة انسا السؤال شوي كم بصير سعرها برأيك؟ حكالك يتناقص في اول ٥ سنوات بمعدل ٢٠٪ يعني

$٢٠٠٠٠ \times \frac{٢٠}{١٠٠} = ٤٠٠٠$ يعني بنقص من سعرها يعني بصير سعرها بالسنة الثانية

$٢٠٠٠٠ - ٤٠٠٠ = ١٦٠٠٠$ دينار لنفرض انه مثلا باعها بعد سنتين بتختلف الحسبة هون لانه

السعر الأصلي صار ١٦٠٠٠ يعني بصير حقها $١٦٠٠٠ \times \frac{٢٠}{١٠٠} = ٣٢٠٠$ هذول شيلهم بصير

السعر بعد سنتين $١٦٠٠٠ - ٣٢٠٠ = ١٢٨٠٠$ دينار فهمت هسه السؤال شو قصدو ؟ يا رب

تعال هسه نحل نفرض سعر السيارة لما باعها سنة ٢٠١٦ س $= ٢٠٠٠٠ \times \left(\frac{٨٠}{١٠٠}\right)^{ن}$ ن :سنوات

$٢٠٠٠ \times (٠,٨)^{ن} = ١٠٢٤ \leftarrow (٠,٨)^{ن} = \frac{١٠٢٤}{٢٠٠٠٠} \leftarrow (٠,٨)^{٣} = (٠,٨)^{ن}$

يعني بعد ٣ سنوات صار جقها هيك اذن سنة انتاجها $٢٠١٦ - ٣ = ٢٠١٣$

---

٢)متى يصبح سعرها يساوي ٠,٤٠٩٦ ٪ من سعرها الأصلي ؟

الحل : يعني $٠,٤٠٩٦ \times ٢٠٠٠٠ = ٢٠٠٠ \times (٠,٨)^{ن} \leftarrow ٠,٤٠٩٦ = (٠,٨)^{ن}$

$(٠,٨)^{٤} = (٠,٨)^{ن} \leftarrow ن = ٤$

يما انه بعد ٤ سنوات يعني سنة $٢٠١٣ + ٤ = ٢٠١٧$ بصير جقها ٠,٤٠٩٦ ٪ من سعرها الاصلي

ملاحظة: كلمة متى تسأل عن زمن

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

نشاط٢:الكتاب: حل المعادلة الاسية الاتية

أحل المعادلة $(٩)^{٢س-٦}-١=٠$

$(٩)^{٢س-٦}=١$ بما ان الجواب واحد يعني الاس صفر يعني هيك $(٩)^{٢س-٦}=(٩)^{٠}$

$٢س-٦=٠ \leftarrow ٢س=٦ \leftarrow س=٣$

نشاط٣:الكتاب: حل المعادلة $\frac{٨\times ١٠^{٣س}}{٢\times ١٠^{٥س}}=٤\times ١٠^{٤}$

$\leftarrow \frac{٤\times ١٠^{٣س}}{١٠^{٥س}}=٤\times ١٠^{٤} \leftarrow ١٠^{٣س-٥س}=١٠^{٤} \leftarrow ١٠^{-٢س}=١٠^{٤}$ الأسس عند القسمة تطرح

$-٢س=٤ \leftarrow س=-٢$

مثال٣:الكتاب: اذا كان $ق(س)=٤^{س}-٢^{(س+١)}$، وكان $ق(ب)=٤٨$ اجد قيمة ب

الحل :بما ان $ق(ب)=٤٨$ نعوض محل كل حبة س $\leftarrow$ ب

$ق(ب)=٤^{ب}-٢^{(ب+١)}=٤٨$ نوحد أساس السؤال يعني خليه كله نفس العدد

$\leftarrow (٢^{٢})^{ب}-٢^{ب}\times ٢^{١}=٤٨$ شوف بالاسس لما تشوف ٢ب، ٢س، ٢ص بالاس يعني معادلة تربيعية

$\leftarrow (٢^{٢})^{ب}-٢^{ب}\times ٢-٤٨=٠$ بنقدر نحل بالفرض شوف الفيديو عالقناه حليت بالطريقتين

$\leftarrow (٢^{ب}-٨)(٢^{ب}+٦)=٠ \leftarrow ٢^{ب}=٨ \leftarrow ٢^{ب}=٢^{٣} \leftarrow ب=٣$

$٢^{ب}=-٦$ ✗ لانه مستحيل عدد موجب قوة س يساوي مقدار سالب

اللوغاريتمات

اناقش:الكتاب: قارن بين حل المعادلة $٥^{س}=٢٥$ والمعادلة $١٠^{س}=٥$

الحل : $٥^{س}=٢٥ \leftarrow ٥^{س}=(٥)^{٢} \leftarrow س=٢$

$١٠^{س}=٥$ لاحظ اننا لا نستطيع توحيد الأساس نلجأ الى استخدام اللوغاريتم

نأخذ لوغاريتم الطرفين حسب العدد الذي يحتوي فوقه على س ، العدد هو ٥ نأخذ لوغاريتم الاساس ٥

$لـو_{٥}\ ١٠^{س}=لـو_{٥}\ ٥ \leftarrow س=لـو_{٥}\ ٥=\frac{لـو\ ٥}{لـو\ ١٠}=\frac{١}{لـو\ ٥}\approx ١,٤٣$

شاهد الفيديو الخاص بالدرس على القناة سيتم حل السؤال بأكثر من طريقة لتتعود على التفكير والابداع في الحل مهما اختلفت الطرق فالجواب نفسه.

تذكير :عند حل معادلات باللوغاريتمات لمعرفة رفض القيمة او قبولها نعوض داخل اللوغاريتم

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

مثال٤:الكتاب: حل المعادلة الاتية

$لـو_{٣}س + لـو_{٣}(س+٦) = ٣$ نوحد اللوغاريتم الى لوغاريتم واحد اولا

$لـو_{٣}س(س+٦) = ٣ \leftarrow لـو_{٣}(س^{٢}+٦س) = ٣$ لان جمع لولو ضرب

$س^{٢}+٦س = ٣^{٣} \leftarrow س^{٢}+٦س = ٢٧$ صورة اسية

$س^{٢}+٦س - ٢٧ = ٠$ معادلة تربيعية

$(س+٩)(س-٣) = ٠$

$س = ٣ ✓ ، س = -٩ ✗$ العدد ٣ يقبل تعويضه موجب والعدد -٩ يرفض تعويضه سالب

نشاط٤:الكتاب: حل المعادلة الاتية $٢(لـو_{٢}س)^{٢} - ٥لـو_{٢}س - ٣ = ٠$ لما تشوف لو عليه تربيع

بنقدر نحل بطريقتين يا بالفرض يا دغري بنحلل والحلين صح اعرف انه معادلة تربيعية

شاهد الفيديو الخاص بالدرس على القناة سيتم حل السؤال بأكثر من طريقة لتتعود على التفكير والابداع في الحل مهما اختلفت الطرق فالجواب نفسه.

$٢(لـو_{٢}س)^{٢} - ٥لـو_{٢}س - ٣ = ٠ \leftarrow (لـو_{٢}س)^{٢} - ٥لـو_{٢}س - ٦$

$(٢لـو_{٢}س - ٦)(٢لـو_{٢}س + ١) = ٠$

$٢لـو_{٢}س = ٦ \leftarrow لـو_{٢}س = ٣ \leftarrow س = ٢^{٣} = ٨ ✓$

$٢لـو_{٢}س = -١ \leftarrow لـو_{٢}س = -\frac{١}{٢} \leftarrow س = ٢^{-\frac{١}{٢}} = \frac{١}{٢^{\frac{١}{٢}}} = \frac{١}{\sqrt{٢}} ✓$ لانه التعويض موجب

نشاط٥:الكتاب: حل المعادلة الاتية $٦^{س^{٣}} = ٢٠$ نأخذ لوغاريتم الطرفين للاساس ٦

$لـو_{٦}٦^{س^{٣}} = لـو_{٦}٢٠ \leftarrow ٣س = لـو_{٦}٢٠ \leftarrow س = \frac{لـو_{٦}٢٠}{٣} = \frac{لـو٢٠}{٣لـو٦} \approx ٠,٥٦$

مثال٥:الكتاب: حل المعادلة الاتية $لـو(٥س) - لـو(س-١) = لـوس$ الأساس ١٠ في حال لم يوجد

$لـو\frac{٥س}{س-١} = لـوس \leftarrow \frac{٥س}{س-١} = س \leftarrow س^{٢} - س = ٥س$

$\leftarrow س^{٢} - ٦س = ٠ \leftarrow س(س-٦) = ٠ \leftarrow س = ٠ ✗ ، س = ٦ ✓$

تمرين حل المعادلة $٣لـو_{٢}س + لـو_{٢}٨ = ٦$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

أسئلة الكتاب

س١) حل المعادلات التالية

١) $٤^{س^٢} - ٨^{س} = ٠$

$٤^{س^٢} = ٨^{س} \leftarrow (٢^٢)^{س^٢} = (٢^٣)^{س}$

كل خطوات الحل تم شرحها سابقا

$٢^{٢س^٢} = ٢^{٣س} \leftarrow ٢س^٢ = ٣س \leftarrow ٢س^٢ - ٣س = ٠ \leftarrow س(٢س - ٣) = ٠$

$س = ٠ \ ، \ ٢س - ٣ = ٠ \leftarrow س = \frac{٣}{٢}$ ✓

---

٢) $هـ^{٢س} - ٥ \times هـ^{س} + ٦ = ٠$

حيث هـ : العدد النيبيري

$(هـ^{س} - ٣)(هـ^{س} - ٢) = ٠ \leftarrow هـ^{س} = ٣ ، هـ^{س} = ٢$

نأخذ لوغاريتم الطرفين للاساس هـ

$لـو_{هـ} هـ^{س} = لـو_{هـ} ٣ \leftarrow س = لـو_{هـ} ٣$ ✓ ، $لـو_{هـ} هـ^{س} = لـو_{هـ} ٢ \leftarrow س = لـو_{هـ} ٢$ ✓

---

٣) $(س^{هـ} + س^{-هـ})^٢ - (س^{هـ} - س^{-هـ})^٢ = ٢^{س}$

نفك التربيع حسب قانون المربع الكامل

$س^{٢هـ} + ٢س^{هـ}س^{-هـ} + س^{-٢هـ} - (س^{٢هـ} - ٢س^{هـ}س^{-هـ} + س^{-٢هـ}) = ٢^{س}$

$س^{٢هـ} + ٢س^{هـ}س^{-هـ} + س^{-٢هـ} - س^{٢هـ} + ٢س^{هـ}س^{-هـ} - س^{-٢هـ} = ٢^{س}$

$٤ = ٢^{س} \leftarrow ٢^٢ = ٢^{س} \leftarrow س = ٢$ ✓

س٢) احل المعادلة الاتية $٣^{(٢س+١)} - ٣^{(س+١)} + ٣^{(س+٤)} = ٨١ = ٠$ نفك الاس

$٣^{٢س} \times ٣ - ٣^{س} \times ٣ + ٣^{٤} \times ٣^{س} = ٨١ = ٠$ نقسم المعادلة على ٣

$٣^{٢س} - ٣^{س} + ٢٧ \times ٣^{س} = ٢٧ = ٠$ تجميع حدود

$٣^{٢س} + ٢٨ \times ٣^{س} - ٢٧ = ٠$

$(٣^{س} + ٢٧)(٣^{س} - ١) = ٠$

$٣^{س} = ٢٧ \leftarrow ٣^{س} = ٣^٣ \leftarrow س = ٣$ ✓

$٣^{س} = ١ \leftarrow س = ٠$ ✓

شاهد الفيديو الخاص بالدرس على قناة اليوتيوب سيتم حل السؤال بأكثر من طريقة لتتعود على التفكير و الابداع في الحل مهما اختلفت الطرق فالجواب نفسه.

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٣) حل المعادلة الاتية $لـو_{٢}س - لـو_{٢}(س-٤) = ٣$ نحول الطرح لقسمة حسب الخصائص

$لـو_{٢}س - لـو_{٢}(س-٤) = ٣ \leftarrow لـو_{٢}\left(\frac{س}{س-٤}\right) = ٣ \leftarrow \frac{س}{س-٤} = ٢^{٣}$

$\frac{س}{س-٤} = ٨ \leftarrow ٨س - ٣٢ = س \leftarrow ٧س = ٣٢ \leftarrow س = \frac{٣٢}{٧}$ ✓

س٤) أ) حل المعادلة $٢لـو_{٢}س + لـو_{٢}١٦ = ٢$

$لـو_{٢}س^{٢} + لـو_{٢}١٦ = ٢ \leftarrow لـو_{٢}١٦س^{٢} = ٢ \leftarrow ١٦س^{٢} = ٢^{٢}$ يوجد طرق أخرى للحل

$١٦س^{٢} = ٤ \leftarrow س^{٢} = \frac{١}{٤} \leftarrow س = \pm\frac{١}{٢} \leftarrow س = \frac{١}{٢}$ ✓ ، $س = -\frac{١}{٢}$ ✗

ب) حل المعادلة $(لـوس)^{٢} = لـوس^{٢}$

$(لـوس)^{٢} = ٢لـوس \leftarrow (لـوس)^{٢} - ٢لـوس = ٠$

$لـوس(لـوس - ٢) = ٠$

$\leftarrow لـوس = ٠ \leftarrow س = ١٠^{٠} = ١$ ✓ ، $\leftarrow لـوس = ٢ \leftarrow س = ١٠^{٢} = ١٠٠$ ✓

س٥) اذا كان $ق(س) = لـو_{٢}س^{٣}$ ، وكان $هـ(س) = ٥ - لـو_{٢}س^{٢}$ ، جد نقاط تقاطع المنحنيين

نقط التقاطع أي ان $ق(س) = هـ(س)$

$\leftarrow لـو_{٢}س^{٣} = ٥ - لـو_{٢}س^{٢} \leftarrow ٣لـو_{٢}س = ٥ - ٢لـو_{٢}س$ يوجد طرق أخرى للحل

$\leftarrow ٣لـو_{٢}س + ٢لـو_{٢}س = ٥ \leftarrow ٥لـو_{٢}س = ٥ \leftarrow لـو_{٢}س = ١ \leftarrow س = ٢^{١} = ٢$ ✓

تمرين حل المعادلة $لـو_{٣}(س-٢) + لـو_{٣}(س-٨) = ٣$

صل على
رسول الله

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٦) اذا كانت أسعار الأراضي في منطقة معينة تعطى بالعلاقة ص = أ×٢$^{(٠,٢ن)}$ حيث ص هو سعر الدونم بعد ن سنة ، أ هو سعر الأرض الان ، فاذا اشترى شخص هذا العام ارضا مساحتها ١ دونم بسعر ١٥٠٠٠ دينار فبعد كم سنة يصبح سعرها ٦٠٠٠٠ دينار؟

الحل: بما ان الشخص اشترى ارضا هذا العام أي ان السنة الأولى لم تأتي بعد ن=صفر نحسب أ

١٥٠٠٠ = أ×٢$^{(٠×٠,٢)}$ ← أ = ١٥٠٠٠

ص = ١٥٠٠٠×٢$^{(٠,٢ن)}$ ← ص = ٦٠٠٠٠

٦٠٠٠٠ = ١٥٠٠٠×٢$^{(٠,٢ن)}$ ← ٢$^{(٠,٢ن)}$ = ٤ ← ٢$^{(٠,٢ن)}$ = ٢^{٢}

٠,٢ن = ٢ ← ن = ١٠

أي انه بعد ١٠ سنوات يصبح سعرها ٦٠٠٠٠

س٧) أحل النظام ٢^{س} + ٢^{ص} = ٦

٤$^{س+١}$ − ٤$^{ص+١}$ = −٤٨

نفك المعادلة الثانية ٤^{س}×٤ − ٤^{ص}×٤ = −٤٨ بقسمة المعادلة على ٤

٤^{س} − ٤^{ص} = −١٢ ← ٢^{٢س} − ٢^{٢ص} = −١٢

هنا الحل بالفرض اسهل للفهم لدى الطالب، نفرض ٢^{س} = ع ، ٢^{ص} = ل

تصبح المعادلات على الشكل ع + ل = ٦ ← ع = ٦ − ل نعوض في التربيعية

ع^{٢} − ل^{٢} = −١٢

(٦ − ل)^{٢} − ل^{٢} = −١٢ ← ٣٦ − ٢١ل + ل^{٢} − ل^{٢} = −١٢

← −٣٦ − ٢١ل = −١٢ ← ٢١ل = ٤٨ ← ل = ٤ ✓

لكن ع = ٦ − ل = ٦ − ٤ = ٢ ✓

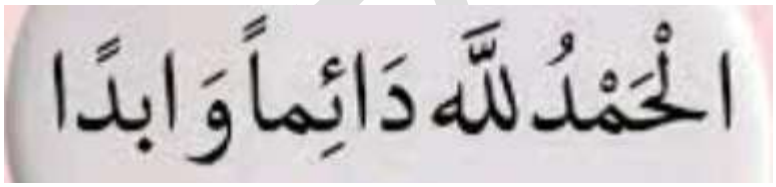
احنا بدنا س ، ص بنرجع ع الفرض نعوض قيمة كل وحدة

٢^{س} = ع ← ٢^{س} = ٢ ← س = ١ ✓

٢^{ص} = ل ← ٢^{ص} = ٤ ← ٢^{ص} = ٢^{٢} ← ص = ٢ ✓

تمرين: حل المعادلة

$\sqrt[٢]{٢^{س}} \times \sqrt[٣]{٣^{س}} = ٣٦$



لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٨) اثبت صحة ما يلي

١) $لـو_ب أ = لـو_{ج} أ \times لـو_ب ج$ حيث $ج \prec ٠، ج \neq ١$

الحل: الطرف الايسر

$$لـو_{ج} أ \times لـو_ب ج = \frac{لـو أ}{لـو ج} \times \frac{لـو ج}{لـو ب} = \frac{لـو أ}{لـو ب} = لـو_ب أ$$ الطرف الايمن

---

٢) $لـو_ب أ = \frac{١}{لـو_{أ} ب}$

الحل: الطرف الايسر

$$\frac{١}{لـو_{أ} ب} = \frac{١}{\frac{لـو ب}{لـو أ}} = ١ \times \frac{لـو أ}{لـو ب} = لـو_ب أ$$ الطرف الايمن

---

٣) $لـو_{ب^٢} أ^٢ = لـو_ب أ$

الحل: الطرف الايمن

$$لـو_{ب^٢} أ^٢ = \frac{لـو أ^٢}{لـو ب^٢} = \frac{٢ لـو أ}{٢ لـو ب} = لـو_ب أ$$ يمكن تعميم القاعدة على اي رقم ليس فقط ٢

لاحظ في كل ما سبق استخدمت قانون وحيد لاثبات كل المطاليب لكن هذا القانون ليس ضمن الكتاب ولكن نستطيع اثباته والحل عليه وهكذا يصبح الحل صحيح ١٠٠/١٠٠

أي ان السؤال هو اثبت ان $لـو_ب أ = \frac{لـو أ}{لـو ب}$ هذا القانون المستخدم لحل جميع الأسئلة السابقة

الحل : نفرض ان $س = لـو_ب أ$ نحول الى الصورة الاسية

$ب^{س} = أ$ نأخذ لوغاريتم الطرفين

$$لـو ب^{س} = لـو أ \leftarrow س \times لـو ب = لـو أ \leftarrow س = \frac{لـو أ}{لـو ب}$$ وهو المطلوب

شاهد الفيديو الخاص بالدرس على قناة اليوتيوب لتعرف تفاصيل اكثر كيف تثبت أي سؤال لوغاريتم

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

تمارين اثرائية على الدرس الرابع

س١)ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي

١)ما قيمة س التي تحقق المعادلة $٨^{(٥-س)}=١$

أ) -٥ ب) ٥ ج) $\frac{١٤}{٣}$ د) $-\frac{١٤}{٣}$

٢)ما قيمة /قيم س التي تحقق $٢لـو_{٢}س+لـو_{٢}٤=٦$

أ) ± ٤ ب) -٤ ج) ٤ د) $\sqrt{٨}$

٣) ما حل المعادلة $٢^{٢س}-٢^{س}=٢$

أ) ٢ ب) ٠ ج) -١ د) ١

٤) اذا كان $٢^{س+ص}=١٦$ ، $٢^{س-ص}=٨$ ما قيمة $٢^{٢ص}$

أ) ٤ ب) ٨ ج) ١٦ د) ٢

٥) اذا كان $لـو_{٥}س+لـو_{٥}(س-٢)=١$ ما قيمة $س^{٢}-٢س-١$

أ) ٤ ب) ٢ ج) ١ د) ٥

٦) اذا كان $لـو_{ب}جـ=٤$ فان $لـو_{جـ^{٢}}ب^{٢}$ يساوي

أ) ١٦ ب) ٨ ج) $\frac{١}{٤}$ د) $\frac{١}{١٦}$

٧) ما قيمة س في المعادلة $٧^{س}+٧^{س-١}=٥٦$

أ) ٢ ب) ٨ ج) ٧ د) ١

س٢) حل المعادلة $لـو_{٢٧}(س-٢)+لـو_{٣}(س-٢)=٤$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٣) حل المعادلة $\text{لـو}_{٥}(س^{٢}+١)-\frac{١}{٣}\text{لـو}_{٣}٢٧=٣\text{لـو}_{٥}\left(\sqrt[٣]{س+٣}\right)$

س٤) اذا علمت ان $س^{٢}+ص^{٢}=٣س ص$ اثبت ان $\text{لـو}(س-ص)=\frac{١}{٢}(\text{لـو}س+\text{لـو}ص)$

س٥) اذا كان $١٠^{س}=٥^{س+١}$ فما قيمة $٤^{س}$

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٦) اذا كان ق (س) = ٢^س

جد مجموعة حل المعادلة ق (س + ٢) − ق (س + ١) = ١٦

س٧) حل المعادلة لـو٢ (٢^س + ١) + لـو٢ (٢^س + ٢) = س + لـو٢ (٢^س + ٤)

س٨) حل المعادلة لـو س ٢٥٦ = ٣ لـو٦٤ س

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٩) حل المعادلة $٥^{س} + \frac{١٢٥}{٥^{س}} = ٣٠$

س١٠) اذا علمت $س^{٢} + ص^{٢} = ٦س ص$ اثبت ان $٢ لو(س + ص) = لو س + لو ص + ٣ لو ٢$

س١١) حل النظام $لو_{٥} س + لو_{٥} ص = ١ + لو_{٥} ١٨ + لو_{٥} ٣ - لو_{٥} \frac{٢٧}{٢}$

$لو_{٣}(س + ص) = ٢$

ابن الهيثم

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

امتحان على اول اربع دروس (تأليفي ،اختبارات سابقة،أسئلة من الطلاب)

س١) ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي

١) تتحرك النقطة م (س،ص) في المستوى حسب العلاقتين $س = \frac{٢}{جاهـ}$، $ص = \sqrt{٢}$ظاهـ

ما معادلة مسار هذه النقطة؟

أ) $س^{٢} + ٢ص^{٢} = ٤$ ب) $٢س^{٢} - ص^{٢} = ٨$ ج) $ص^{٢} - ٢س^{٢} = ٨$ د) $س^{٢} - ٢ص^{٢} = ٤$

---

٢) اذا كان $٤^{س+ص} = ١٢٨$ ، $٥^{٣س-٢ص-٣} = ١$ فما قيمة $س + ص$

أ) $\frac{٧}{٢}$ ب) ٣ ج) -٢ د) ٠

---

٣) اذا كان $(\frac{٣}{٤})^{٢س} = (\frac{١٦}{٩})^{س+٨}$ $س =$

أ) -٢ ب) ٢ ج) ٤ د) -٤

---

٤) عند حل نظام مكون من ثلاث معادلات خطية وجد ان مجموعة الحل هي $\{(-٢، ب+٢، ٢ب)\}$

وكانت احدى المعادلات هي $س - ص + ٣ع = ٦$ فان قيمة ص تساوي

أ) -٢ ب) ٢ ج) ٤ د) ٠

---

٥) ما قيمة س التي تحقق المعادلة $٣^{س-١} = ٢ \times ٩^{٢٠} + ٩^{٢٠}$

أ) ٤٢ ب) ٤١ ج) ٤٠ د) ٢٠

---

٦) اذا كان $٣^{س} = ٢، ٢^{ص} = ٩$ ما قيمة $ص \times س$

أ) ٦ ب) ٢ ج) ٩ د) لا شيء مما ذكر

---

٧) اذا كانت $س^{\frac{٣}{٤}} = ٨، ص^{\frac{١}{٥}} = ٢، ع^{-\frac{٦}{٧}} = ٦٤$ ما قيمة $س \times ص \times ع$

أ) ٤ ب) ٨ ج) ١٦ د) لا شيء مما ذكر

---

٨) اذا كان $لـو_{م} س = ٢، لـو_{م} ص = ٣$ ما قيمة $لـو_{م} س^{٢} ص$

أ) ٤ ب) ٧ ج) ١ د) لا شيء مما ذكر

---

٩) اذا كان $لـو_{هـ} ٢ = أ، لـو_{هـ} ٥ = ب$ ما قيمة $لـو_{هـ} ٤,٦$

أ) $أ - ب$ ب) $أ٥ - ب$ ج) $ب - أ٥$ د) $أ٥ + ب$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٢) جد مجموعة حل المعادلة $\text{لـــو}_{٣}\, س^{٣} \times \text{لـــو}_{س}\, ٩ + \text{لـــو}_{٤}(س - ٣) + \text{لـــو}_{٤}(س + ٣) = ٨$

س٣) اذا كان $ص(س) = أ(س - ٢)^{٢} + ب(س - ١) + جـ$

اقتران يمر بالنقاط الثلاثة $(١، ٥)، (٢، ٤)، (٠، ١٠)$ جد الثوابت $أ، ب، جـ$

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٤) حل النظام $(٣ص^{٢}+١)$ لـو$_{٣}$ س $= ٤$ ، س $^{(٢ص^{٢}+١)} = ٢٧$

س٥) مثلث قائم الزاوية مساحته ٤ ٢ فاذا كان طول وتره ١٠ سم فما طول كل من ضلعي القائمة ؟

س٦) جد مجموعة حل المعادلة $٤^{س} + \sqrt{٢}^{٢س-١} = ١$

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٧) جد نقطة تقاطع الدائرة س^{٢} − ٣س + ص^{٢} = ٢٥، مع منحنى ص = س^{٢} − ٣س + ٥
حيث س،ص ≺ ٠

س٨) تحركت نقطة (س،ص) في المستوى الديكارتي حسب العلاقتين س = ٢ ظاهـ، ص = $\frac{٣}{\text{جتاهـ}}$
جد نقطة تقاطع هذه النقطه مع منحنى العلاقة ٣ص^{٢} + ٩س^{٢} = ٢٧

س٩) حل المعادلة $\frac{٢}{\text{لـــو}_{٣}س}$ − لـــو$_{٣}$(س + ٦) = ١

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س١٠) جد حل النظام $٣س + ص = ٢ + ع$

$٢س - ٢ع - ٣ص = ١$

$٤س - ص - ٣ع = ٠$

س١١) حل المعادلة $\left(\frac{٢٥}{١٠٠}\right)^{-٢س-١} = ٢ \times ٦٤^{٢س-١}$

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س١٢) بيعت تذاكر لمباراة كرة قدم على ثلاث فئات ،حيث تم بيع تذاكر للبالغين مقابل ١٠ دينار وتذاكر للطلاب مقابل ٨ دنانير ،وتذاكر للأطفال مقابل ٥دنانير فاذا تم بيع ٦٠٠ تذكرة بسعر ٤٩٠٠دينار وكان عدد تذاكر البالغين ضعف عدد تذاكر الأطفال ،فكم عدد التذاكر المبيعة لكل فئة ؟

س١٣) جد نقطة التقاطع بين الدائرتين الأولى معادلتها $س^{٢} + ص^{٢} = ٤$ والأخرى مركزها (٠،٢) و قطرها ٨

س١٤) حل المعادلة $٩^{س} - ٣٠ \times ٣^{س} + ٨١ = ٠$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س١٥) حل الأنظمة التالية

١) $س + ص = ٢$

$\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٢$

٢) $٢س - ٣ص = ٣$

$٤س^{٢} - ٧س ص = ١٥$

٣) $س ص = ١٨$

$\frac{١}{س} - \frac{١}{ص} = \frac{١}{٦}$

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س١٦) حل المعادلة $٢لـو_{٢}\left(\frac{س-٧}{س-١}\right)+لـو_{٢}\left(\frac{س-١}{س+١}\right)=١$

س١٧) حل المعادلة $لـو_{٥}(س-٢)+٢لـو_{٥}\left(س^{٣}-٢\right)+لـو_{٥}(س-٢)^{-١}=٤$

س١٨) اراد عامل بناء ان يبني خزان على شكل متوازي مستطيلات فاذا كان مجموع اطوال ابعاده ٦ م وطوله مضافا اليه أربعة أمثال عرضه يساوي ٩ م ومثلي طوله يقل عن ارتفاعه بمقدار ١ م ،جد ابعاده؟

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س١٩) حل النظام $\text{لـــو}_{٣}(س+٢)=ص+١$

$٣^{٢س}-٤(س+٢)+٢٧=٠$

س٢٠) قطعة ارض على شكل متوازي اضلاع مساحتها ١٠٠٠ م^{٢} ، وطول فاعدتها تزيد عن مثلي ارتفاعها بمقدار ١٠ ،جد طول قاعدتها

س٢١) حل النظام $٣^{س}\times٣^{ص}=٢٧$ ، $٣^{س}+٣^{ص}=١٢$

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٢٢) ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي

١) ما قيمة س في المعادلة $٢^{س}+٢^{س+١}+٢^{س+٢}=١١٢$

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٦ د) لا شيء مما ذكر

٢) اذا كان $|\overline{س}|+|\overline{ص}|=٥،$ $|\overline{س ص}|=٣$ فان س + ص =

أ) ١٢ ب) ١٩ ج) ٢٥ د) لا شيء مما ذكر

٣) اذا كان $أ^{س}=ب$ وكان $أ^{س+٣}=٤٦ب$ فان قيمة أ

أ) ٤ ب) ٢ ج) ٥ د) لا يمكن حسابها

٤) اذا كان $٣س+٤ص=١٩$ فما قيمة $(س+ص)^{٢}$

$٤س+٣ص=٢٣$

أ) ١٦ ب) ٢٥ ج) ٣٦ د) ٤٩

٥) اذا كان $٧^{٢س-٦}=٥^{٢س-٦}$ فان قيمة س

أ) $\varnothing$ ب) ١ ج) ٠ د) ٣

٦) ما مجال الاقتران $لـو_{٣}س+لـو_{٣}(س+٦)$

أ) $[٠،\infty[$ ب) $]-٦،\infty[$ ج) $[-٦،\infty[$ د) $]-٦،٠[$

٧) مجموعة حل المعادلة $٥^{س^{٢}-س}=٢^{س-١}$

أ) $\varnothing$ ب) ١ ج) ٠ د) −١

٨) اذا كان $٣س+٣ص-ع=١٥،$ وكان $س+ص=٤$ فما قيمة $ع-٢س-٢ص$

أ) −١ ب) −٤ ج) −١١ د) −١٢

٩) ما نقطة تقاطع المنحنيين $ق(س)=٤^{س^{٢}}،$ $هـ(س)=٢^{٤س}$

أ) $(١،٠)(٢،١٢٨)$ ب) $(٠،٠)(٢،٦٤)$ ج) $(١،٠)(٢،٦٤)$ د) $(١،٠)(٢،٢٥٦)$

١٠) اذا كان $\frac{س^{٢}-س+١}{س^{٢}+س+١}=\frac{٢}{٣}$ فما قيمة $س+\frac{١}{س}،$ $س\neq٠$

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٣ د) ٢

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٢٣) اذا كان $\overline{|٣س|} - \overline{|ص+١|} = ٠$ وكان $٣^{س-١} = ٢٧^{ص}$ جد س، ص

س٢٤) اذا كانت س، ص، ع ثلاث اعداد صحيحة موجبة حيث $\frac{٤}{لـو_{س} ص} + \frac{٧}{لـو_{ع} ص} = ٣لـو_{ص} ع$

فما قيمة س $\times$

س٢٥) اذا كان $لـو\left(\frac{س+ص}{٣}\right) = \frac{١}{٢}\left(لـو ص + لـو س\right)$ اثبت ان $\frac{س}{ص} + \frac{ص}{س} = ٧$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٢٦) حل المعادلة $٢^{٢س} - ٢^{س-٣} - ٢^{س-٢} + ٢^{-٥} = ٠$

س٢٧) اذا كان $ق(س) = لـو س^{٢}$ حل المعادلة التالية

$ق(س+١) + ق(س-١) = ق(٣)$

س٢٨) حل المعادلة $١٠^{س} - (٥)^{س-١} \times (٢)^{س-٢} = ٩٥$

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٢٩) حل المعادلة $(١٢٥)^{٣س-١} = (٣\sqrt[٣]{٣})^{٦س} \times \frac{(٣)^{س}}{٢٧}$

س٣٠) حل المعادلة $لـو\frac{٢}{س} \times لـو\frac{س}{٢} = -١$

س٣١) اذا كانت النقطتان $(١،٥)$، $(٢،٠)$ تقعان على منحنى الاقتران $ق(س) = أ(٢)^{س} + ب$
جد قاعدة الاقتران $ق(س)$

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٣٢) حل الأنظمة التالية

١) $\text{لـو}_{٢}(س + ص) - \text{لـو}_{٢}(س - ص) = ١$

$س^{٢} - ص^{٢} = ٢$

٢) $\text{لـو}س + \text{لـو}ص = ٢$

$س - ص = ١٥$

س٣٣) حل المعادلة $٧^{س} - ٧^{س-١} = ٤٢$

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٣٤) تحركت نقطة (س،ص) في المستوى الديكارتي حسب العلاقتين س = جا٢هـ، ص = جاهـ جتاهـ
حيث هـ في الربع الأول جد نقطة تقاطع هذه النقطه مع منحنى العلاقة س + ص^{٢} = $\frac{٥}{٤}$

س٣٥) أراد احمد وضع سياج على ارضه المستطيلة الشكل ، طولها يزيد عن عرضها بمقدار ١٠ م، وطول قطرها ٥٠ م اذا علمت ان تكلفة المتر الواحد من السياج يساوي ٢ دينار ،احسب تكلفة السياج؟

س٣٦) جد نقطة تقاطع منحنى الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وقطرها ٦ م مع منحنى العلاقة
(٢س − ص)^{٢} + (٢س + ص)^{٢} = ٢٤

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

أسئلة مهارات تفكير عليا(مستوى عالي)

س١) حل المعادلة $٣^{س}+٤^{س}=٥^{س}$

س٢) اذا كان $س+ص+ع+ل=١١$

$(س+ع)(ع+ل)=٣٢$

$(س+ل)(ص+ع)=٣٠$

$(س+ع)(ص+ل)=٢٨$

فما قيمة المقدار $س^{٢}+ص^{٢}+ع^{٢}+ل^{٢}$

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٣) لديك $\left(\text{لـو}_{٦}\left(س^{٢}-٩\right)-\text{لـو}_{٦}(س-٣)+٢\text{لـو}_{٦}(٢س+٦)-\text{لـو}_{٦}٤\right)=\text{لـو}_{٦}٥١٢$

فما قيمة س

س٤) ما معادلة الدائرة التي يمر منحناها بالنقطة (−١، −١) ويقطع من محور السينات ٦ وحدات موجبة من جهة ووحدتان سالبتان من جهة أخرى ؟

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٥) اذا كان س + ص = ١،س^{٢} + ص^{٢} = ٢ ما قيمة س^{٣} + ص^{٣} بدون حل المعادلات

س٦) تتحرك النقطة (س،ص) حيث يتحدد بعدها بالعلاقة ص = جاهجتاه ، $\frac{١-س}{٢}$ = ص^{٢} قا^{٢}ه

جد نقطة التقاطع مع المستقيم المار بالنقطتين (٣،- ١)،(١، ٠)

ابراهيم شديد

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

س٧) حل النظام $\frac{٤^{س}}{٢٥٦^{ص}} = ٦٤$ ، $٣^{٢س} \times ٩^{ص} = ٢٤٣$

س٨) ١) اذا كان $٢^{س} = ٥١٥٠١^{ص} = ٣٢$ فان احد الاتية صحيح

أ) س ص ≤ ٦ ب) س ص $\prec ٦$ ج) س ص $\prec ٥$ د) س ص $= ٦$

٢) اذا كان س، ص اعداد صحيحة موجبه وكان $٥^{س} - ٥^{ص} = ٦٠٠$ ما قيمة س، ص على الترتيب

أ) ٢، ٤ ب) ٤، ٢ ج) ٦، ٥ د) ٥، ٦

س٩) اذا كان س $+ \sqrt{٨ - س ص} + ص = ٧$

$س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٢١$ فما قيمة س ص

لتحميل المزيد من الملفات زورونا على موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة www.sh-pal.com

المكتبة الفلسطينية الشاملة للمعلم والطالب
تحضير دروس - اختبارات - أوراق عمل

لتحميل المزيد من موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

http://www.sh-pal.com

تابعنا على صفحة الفيس بوك: www.facebook.com/shamela.pal

تابعنا على قنوات التلجرام: www.sh-pal.com/p/blog-page_42.html

أقسام موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة:

الصف الأول: www.sh-pal.com/p/blog-page_24.html

الصف الثاني: www.sh-pal.com/p/blog-page_46.html

الصف الثالث: www.sh-pal.com/p/blog-page_98.html

الصف الرابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_72.html

الصف الخامس: www.sh-pal.com/p/blog-page_80.html

الصف السادس: www.sh-pal.com/p/blog-page_13.html

الصف السابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_66.html

الصف الثامن: www.sh-pal.com/p/blog-page_35.html

الصف التاسع: www.sh-pal.com/p/blog-page_78.html

الصف العاشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_11.html

الصف الحادي عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_37.html

الصف الثاني عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_33.html

ملازم للمتقدمين للوظائف: www.sh-pal.com/p/blog-page_89.html

شارك معنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_40.html

اتصل بنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_9.html