بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم العالي
مديرية التربية والتعليم رام الله والبيرة
الامتحان الموحد لمحافظة رام الله والبيرة

امتحان نهاية الفصل الأول للعام الدراسي 2024-2025 م

الفرع : العلمي الزمن : ساعتان وخمس واربعون دقيقة

المبحث :- الرياضيات
الورقة :- الاولى

مجموع العلامات (١٠٠) علامة التاريخ : ١٣ / ٠١ / ٢٠٢٥ م

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) أسئلة منها فقط

القسم الأول: يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا

السؤال الأول : (٢٠ علامة)

(أ) انقل رمز الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

(١) اذا كان $ق(س) = جتا(س) - \frac{١}{٢}س$ ، $س \in [\pi ، \frac{\pi ٣}{٢}]$ ، فما قيمة س التي تجعل المماس لمنحنى الاقتران $ق(س)$ أفقيا ؟

$\frac{\pi ٤}{٣}$ $\frac{\pi ٧}{٦}$ $\frac{\pi ٥}{٤}$ $\frac{\pi ١٠}{٩}$

(٢) اذا كان $س ص^{٢} = ٢س - ١$ ، و كانت $\frac{ص د}{ن د} = ٢$ ، فما قيمة $\frac{ص د}{ن د}$ عندما $ص = ١$ ؟

-١ ٠ $\frac{١}{٢}$ ١

(٣) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة $ف(ن) = ٨ن - ٥ن^{٢}$ حيث ف : المسافة بالامتار ، ن : الزمن بالثواني ، فما اللحظة بالثواني التي يكون عندها تسارع الجسيم يساوي خمسة أمثال سرعته ؟

$\frac{٥}{٢}$ ٢ $\frac{٣}{٢}$ ١

(ب) جد معادلة العمودي على منحنى الدائرة التي معادلتها $س^{٢} - ٣س + ص^{٢} = ٢٥$ ، عند كل من نقطتي تقاطعهما مع منحنى العلاقة $ص = س^{٢} - ٣س + ٥$ ؟ (٧ علامات)

(ج) اذا كان $هـ(س) = جتا(\frac{\pi}{س})$ ، فجد قيمة $نهـا_{س \to ٣} (\frac{(ق \circ هـ)^{٢}(س) - ٩}{س^{٢} - ٩})$ ، علما بان $ق(\frac{١}{٢}) = ٣$ ، $ق'(\frac{١}{٢}) = \frac{\sqrt{٣٧}}{\pi}$ ؟ (٧علامات)

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

(أ) انقل رمز الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

(١) إذا كان $ن(٢س) = ٤س - ٢ن(س) - س^{٢}$ ، $ن(٠) = ٠$ ، فما قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{س - ن(س)}{س^{٢}}$ ؟

$-\frac{١}{٦}$ $-\frac{١}{٣}$ $\frac{١}{٦}$ $\frac{١}{٣}$

(٢) إذا كان $ن(س) = لـو_{هـ}\left(\frac{هـ^{س^{٢}}}{س^{٢}}\right)$ ، فما مجموعة قيم س الحرجة للاقتران ن(س) ؟

{٠} {١} {-١} {-١، ١}

(٣) ما أصغر قيمة ممكنة للاقتران $ن(س) = هـ^{جاس} - جاس$ في $[٠، \pi]$؟

١ ٢ هـ - ١ هـ

(ب) قذف جسم رأسيا لأعلى من قمة برج ارتفاعه ١٣٥ م ، بحيث ان ارتفاعه ف عن سطح البرج بالامتار بعد ن ثانية يعطى بالعلاقة $ف(ن) = ا ن - ٥ن^{٢}$ ، علما بأن اقصى ارتفاع للجسم عن سطح الارض هو ١٨٠ م

١) احسب قيمة الثابت ا حيث ا > ٠ ؟

٢) احسب سرعة ارتطام الجسم بسطح الارض ؟

٣) احسب المسافة الكلية المقطوعة خلال الثواني السبعة الاولى ؟ (٧ علامات)

(ج) إذا كان $ن(س)$ كثير حدود من الدرجة الثالثة يمر منحناه بالنقطة (١، ٥) ، وكانت معادلة المماس عند الانحدائي السيني لنقطة الانعطاف س = ١ هي $ص + ٩س = ٨$. اوجد قاعدة الاقتران ن(س) ؟ (٧علامات)

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

(أ) انقل رمز الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

(١) إذا كان $ن(س) = س^{٣} + ك س^{٢} - ٩س$ ، $ك \in ح$ ، له نقطة انعطاف عند س = -١، فما قيمة ظل زاوية الانعطاف؟

-١٢ ٠ ٣ ١٢

(٢) اذا كان مقدار التغير للاقتران ن(س) في $[٢، ٤]$ يساوي ٥، $ن(٢) \times ن(٤) = ٩$، وكان $هـ(س) = ٧ + \frac{٣}{ن(س)}$ ،

فما قيمة متوسط التغير للاقتران هـ(س) في نفس الفترة ؟

-١٥ $-\frac{٥}{٦}$ $\frac{٥}{٣}$ ١٨

(٣) اذا كان ق′(س) = $\frac{١}{س^{٢}+١}$ ، هـ(س) = ظاس ، فما قيمة (ق ∘ هـ)′(س) ؟

٢قا^{٢}س −٢قا^{٢}س −١ ١

(ب) اذا كان ق(س) = ٢+جتا^{٢}س−جتا٢س ، س ∈ $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$ جد (٩ علامات)

١ ـ مجالات التقعر للأعلى وللأسفل لمنحنى ق(س)

٢ ـ نقطة/ نقاط الانعطاف لمنحنى ق(س) (ان وجدت) ؟

(ج) يتحرك جسم في خط مستقيم حسب العلاقة ف = $\sqrt{ن + ب}$ ، و كان تسارع الجسم في أي لحظة يساوي ٨ م/ث^{٢} . جد قيمة الثابت ب ؟ (٥ علامات)

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

(أ) انقل رمز الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

(١) إذا كان ق(س) متزايد على ح و كان ل(س) = ق(هـ$^{-س}$)، اي العبارات الاتية صحيحة دائما ؟

ل متزايد على ح ل متناقص على ح ل ثابت ل له مماس أفقي

(٢)اذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢}+٤س & ، س > ١ \\ ٧س-١ & ، س \leq ١ \end{cases}$ ، هـ(س) = $-\sqrt{٣س+٤}$، فجد قيمة المقدار (ق ∘ هـ)′(−١) ؟

−٩ −٣ ١٨ ٢٧

(٣) اذا كان ق′(س)متناقصا على ح ، ويقطع محور السينات عندما س = ١ ، فما العبارة الصحيحة فيما يأتي ؟

ق(١)صغرى محلية ق′(١)صغرى محلية ق(١)عظمى محلية ق′(١)عظمى محلية

(ب) إذا كان جتاص =جاس ، أثبت أن ظتاص = $\frac{ص''}{-١(ص')^{٢}}$ ؟ (٦ علامات)

(ج) اذا كان ق(س) = $\frac{س}{٣} \times |س^{٢}-٩|$ ، س ∈ [−٣، ٤] فاوجد

١ ـ مجالات التزايد و التناقص للاقتران ق(س) ؟

٢ ـ القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س) (إن وجدت) ؟ (٨ علامات)

القسم الثانى: يتكون هذا القسم من سؤالين ، وعلى المشترك أن يجيب عن سؤال واحد فقط

السؤال الخامس : (٢٠ علامات)

(أ) انقل رمز الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

(١) اذا كان $ن(س) = (١+هـ^{س})(١+هـ^{٢س})(١+هـ^{٤س})(١-هـ^{س})$ ، فجد قيمة $ن'(٠)$ ؟

$-٨هـ$ -٨ ٠ ٨

(٢) إذا كان $ن(١) = ٨$ ، $ن'(١) = ٤$ ، فجد قيمة $\lim_{س \to ٦} \frac{ن(٢جا(\frac{\pi}{س})) - ٨}{س - ٦}$ ؟

$٤\sqrt{٣}$ $-\frac{\pi٢}{\sqrt{٣}}$ $-\frac{\pi}{٣\sqrt{٣}}$ $-\frac{\pi}{\sqrt{٣}}$

(٣) إذا كان للاقتران $ن(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + بس$ نقطة انعطاف افقي، فجد قيمة الثابت ب ؟

-٣ ٠ ١ ٣

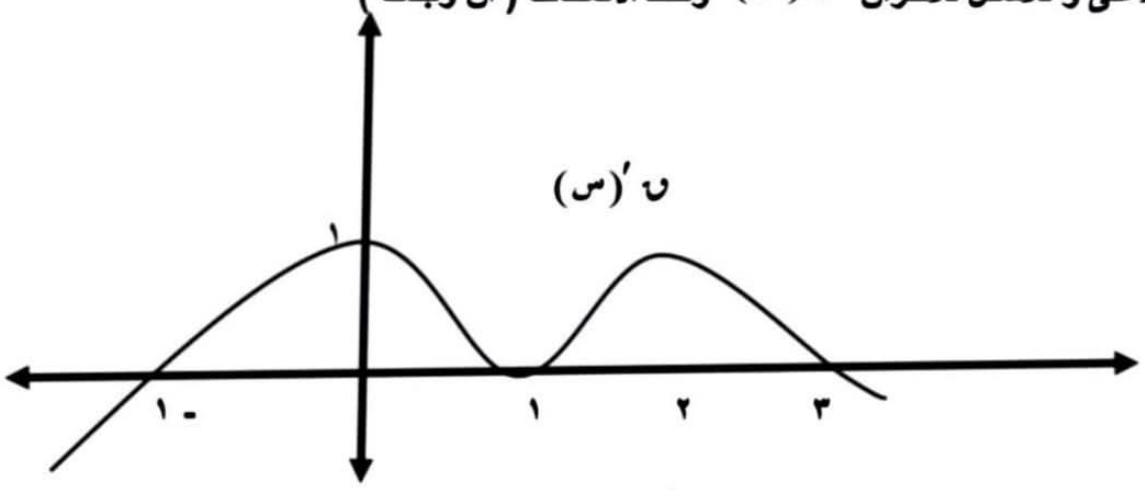
(ب) اذا كان $ن(س)$ كثير حدود من الدرجة الثانية ويقطع منحناه محور السينات في $س = ٠ ، س = ٤$ ، وكانت $ن''(س) > ٠$ على ح . جد أكبر قيمة للاقتران $هـ(س) = \sqrt{ن(س)}$ على مجاله ؟ (٦ علامات)

(ج) يمثل الشكل المجاور منحنى اقتران المشتقة الاولى $ن'(س)$ لمنحنى الاقتران $ن(س)$ جد (٨ علامات)

١) الاحداثيات السينية للنقاط الحرجه للاقتران $ن(س)$

٢) مجالات التزايد والتناقص والقيم القصوى المحلية (ان وجدت) للاقتران $ن(س)$

٣) مجالات التقعر للأعلى و للأسفل للاقتران $ن(س)$ ونقط الانعطاف (ان وجدت)



السؤال السادس : (٢٠ علامات)

(أ) انقل رمز الإجابة الصحيحة إلى دفتر الإجابة (٦ علامات)

(١) إذا كان ق(س) $= \begin{cases} ٥س^{٢} - ٢س + ٧ & ، س > ١ \\ ٢٠ - ١٠س & ، س = ١ \end{cases}$ فإن ق′(١) =

-٨ ٠ ٨ غير موجودة

(٢) إذا كان ق(س) متناقصا على ح ،و كان هـ(س) = ق(٤س − $س^{٢}$) ،فما الفترة التي يكون هـ(س) متناقصا فيها ؟

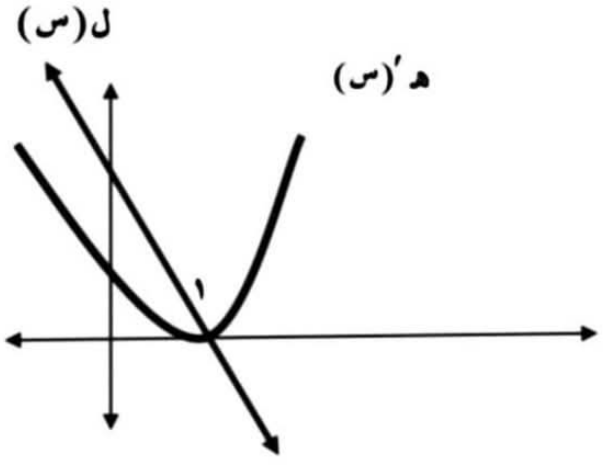
$]\infty ، ٢]$ $]-\infty ، ٢[$ $]-٢ ، \infty[$ $]-\infty ، -٢[$

(٣) اذا كان ق(س) $= ٣س^{٤} + ٢س^{٣} + بس^{٢} - س + ٢$ ، اوجد قيم الثابت ب التي تجعل منحنى ق(س) مقعرا للأعلى على ح ؟

ب > ٠ ب $> \frac{١}{٢}$ ب < −٢ ب $> \frac{١}{٣}$

(ب) جد حجم أكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن وضعها داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه ١٢ سم ، ونصف قطر قاعدته ٤ سم؟ (٧ علامات)

(ج) الشكل المجاور يمثل منحنيي الاقترانين ل(س)،هـ′(س) ،فاذا كان ق(س) متصل على ح ، وكان ق′(س) = هـ′(س) × ل(س) . اثبت ان ق(س) مقعر للأسفل على $]-\infty ، ١[\cup]١ ، \infty[$ ؟ (٧ علامات)



********** انتهت الأسئلة **********

.. حلول الامتحان ..

. السؤال الأول :

أ/ ١/ $ق(س) = جتاس - \frac{1}{2}س$ ، $س \in [\frac{-3\pi}{2}, \pi]$

المماس لمنحنى ق أفقي ⇐ ميل المماس = $ق'(س) = ٠$

$ق'(س) = -جاس - \frac{1}{2} = ٠ \Leftarrow جاس = -\frac{1}{2}$

زاوية الاسناد/س $= \frac{\pi}{6}$

في الربع الثالث ⇐ $س = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$ $\in]\frac{-3\pi}{2}, \pi[$

⇐ $س = \frac{7\pi}{6}$

أ.مي حوّاري

ب/ ٢/ $س ص^{٢} = ٢س - ١ \Leftarrow ص^{٢} = \frac{٢س}{س} - \frac{١}{س} \Leftarrow ص^{٢} = ٢ - \frac{١}{س}$ نشتق بالنسبة لـ ن

$٢ص \frac{د ص}{د ن} = ٠ + \frac{١}{س^{٢}} \frac{د س}{د ن}$

عندما ص = ١ ⇐ $س = ٢س - ١$ ⇐ $١ = س$

$٢ص \frac{د ص}{د ن} = \frac{١}{س^{٢}} \frac{د س}{د ن}$

ص = ١ ⇐ $\frac{د س}{د ن} = ٢$

$٢ \times ١ \times \frac{د ص}{د ن} = \frac{١}{١} \times ٢$ ⇐ $\frac{د ص}{د ن} = ١$

ب/ ٣/ $ف(ن) = ٨ن - ٥ن^{٢}$ ، $ث(ن) = ٥ع(ن)$

$ع = \frac{د ف}{د ن} = ٨ - ١٠ن$

$ث = \frac{د ع}{د ن} = -١٠$ ⇐ $ث = ٥ع$ ⇐ $\frac{-١٠}{٥}(٨ - ١٠ن) \Leftarrow -٢ = ٨ - ١٠ن$

⇐ $١٠ن = ٨ + ٢$ ⇐ $\frac{١٠}{١٠}ن = \frac{١٠}{١٠}$ ⇐ $ن = ١$

عندما ن = ١ ث

ب/ $س^{٢} - ٣س + ص^{٢} = ٢٥$ ← منحنى الدائرة

$ص = س^{٢} - ٣س + ٥$ ← منحنى ٢

أولاً / نجد نقطة التقاطع :

$ص = س^{٢} - ٣س + ٥ \Leftarrow ص - ٥ = س^{٢} - ٣س$ نعوضها في الدائرة

$(س^{٢} - ٣س) + ص^{٢} = ٢٥$

$ص - ٥ + ص^{٢} = ٢٥ \Leftarrow ص^{٢} + ص - ٣٠ = ٠$

$(ص - ٥)(ص + ٦) = ٠$

إما $ص - ٥ = ٠ \Leftarrow ص = ٥$ أو $ص + ٦ = ٠ \Leftarrow ص = -٦$

نعوض ص في (٢)/

عندما $ص = ٥ \Leftarrow ٥ = س^{٢} - ٣س \Leftarrow ٠ = س(س - ٣)$

إما $س = ٠$ أو $س - ٣ = ٠ \Leftarrow س = ٣$ ← نقطة التقاطع $(٠, ٥)$ ، $(٣, ٥)$

* عندما ص = -٦

$-٦-٥ = س^{٤}-٣س \Leftarrow س^{٤}-٣س+١١ = ٠$

المميز $= ب^{٢}-٤أجـ = ٩-٤٤١١ < ٠$ لا تقل .

يوجد نقطتا تماس (٠٫٥، ٥)، (٠٫٥، ٣)

$س^{٢}-٣س+ص^{٢}=٢٥$ نشتقر لـ س

$٢س-٣+٢ص\frac{دص}{دس}=٠ \Leftarrow$ (٠٫٥، ٣) $\Leftarrow ٢\times٠-٣+٢\times٥\frac{دص}{دس}=٠ \Leftarrow \frac{دص}{دس}=\frac{٣}{١٠}$

$\Leftarrow$ ميل العمودي $= \frac{-١}{\text{ميل المماس}} = \frac{-١٠}{٣}$

أ.مي حوّاري

معادلة العمودي $\Leftarrow ص-ص_{١}=م(س-س_{١})$

$ص-٥=\frac{-١٠}{٣}(س-٠) \Leftarrow ٣ص-١٥=-١٠س$

$٣ص+١٠س-١٥=٠$

* $٢س-٣+٢ص\frac{دص}{دس}=٠ \Leftarrow$ (٣، ٥) $\Leftarrow ٢\times٣-٣+٢\times٥\frac{دص}{دس}=٠ \Leftarrow \frac{دص}{دس}=\frac{-٣}{١٠}$

$\Leftarrow$ ميل العمودي $= \frac{١٠}{٣}$

$ص-ص_{١}=م(س-س_{١}) \Leftarrow ص-٥=\frac{١٠}{٣}(س-٣) \Leftarrow ٣ص-١٥=١٠س-٣٠$

$٣ص-١٠س+١٥=٠$

ج/ $ه(س)=ضتا(\frac{\pi}{٣}) \Leftarrow ه'(س)=-جا(\frac{\pi}{٣})\times\frac{-\pi}{س^{٢}}=\frac{\pi}{س^{٢}}جا(\frac{\pi}{س})$.

$ه(٣)=ضتا(\frac{\pi}{٣})=\frac{١}{٢}$

$\text{نهـا}_{س\to٣}\frac{ق(ه\circ ه)(س)-٩}{س^{٤}-٩}=\frac{ق(ه(٣))-٩}{٣^{٤}-٩}=\frac{ق(\frac{١}{٢})-٩}{٠}=\frac{٣-٩}{٠}=\frac{-٦}{٠}$

باستخدام لوبتال /

$\text{نهـا}_{س\to٣}\frac{ق(ه\circ ه)(س)\,ق(ه(س))\times ه'(س)}{٢س}=\frac{٢ق(ه(٣))\,ق'(ه(٣))\,ه'(٣)}{٣\times٢}$

$=\frac{ق(\frac{١}{٢})ق'(\frac{١}{٢})\times\frac{\pi}{٦}جا(\frac{\pi}{٣})}{٣}=\frac{٣\times\frac{\pi}{٣}\times\frac{\pi}{٦}\times\frac{\sqrt{٣}}{٢}}{٣}$

$=\frac{\pi^{٢}\sqrt{٣}}{٣\times٢\times٦\times٣}=\frac{\pi^{٢}\sqrt{٣}}{٣٦}=\frac{١}{٦}$

• السؤال الثاني /

ب/ ١/ $ق'(٣س)=٤س^{٣}-٢ق(س)-س^{٢}$

$\Leftarrow ق'(٣س)+٢ق(س)=٤س^{٣}-س^{٢}$ نفرض $س=٠$

$ق'(٠)+٢ق(٠)=٤\times٠-٠ \Leftarrow ٣ق(٠)=٠ \Leftarrow ق(٠)=٠$

$\lim_{س \to ٠} \frac{س - ق(س)}{س^{٢}} = \frac{ن - ق(٠)}{ن} = \frac{ن - ٠}{ن} = \frac{ن}{ن}$

باستخدام لوبيتال / $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - ق(س)}{٣س^{٢}} = \frac{١ - ق(٠)}{٠ \times ٣} = \frac{١-١}{٠}$

$= \frac{ن}{ن}$

لوبيتال مرة ثانية /

$\lim_{س \to ٠} \frac{-ق(س)}{٢} = \frac{-ق(٠)}{٢} = \frac{-(-\frac{١}{٣})}{٢} = \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٢}$

$= \frac{١}{٦}$

أ.مي حوّاري

• $ق(٢س) + ٣ق(س) = ٤س - س^{٢}$

نشتق

$٢ق(٢س) + ٢ق(س) = ٤ - ٢س$

$\xrightarrow{س = ٠}$ $٢ق(٠) + ٢ق(٠) = ٤$

$٤ق(٠) = ٤ \Leftarrow ق(٠) = ١$

$٢ق(٢س) + ٢ق(س) = ٤ - ٢س$

نشتق مرة ثانية

$٢ \times ٢ق(٢س) + ٢ق(س) = -٢$ $\xrightarrow{س = ٠}$

$٣ق(٠) + ٢ق(٠) = -٢$

$٥ق(٠) = -٢ \Leftarrow ق(٠) = -\frac{٢}{٥}$

---

١٢ $ق(س) = لو_{هـ}(\frac{هـ^{س}}{س^{٢}}) = لو_{هـ} هـ^{س} - لو_{هـ} س^{٢} = س - ٢لو_{هـ} س$

مجال ق(س) / ما داخل اللوغاريتم > ٠

$\frac{هـ^{س}}{س^{٢}} = \frac{موجب}{موجب} = موجب \quad ؛ س \neq ٠$

$\Leftarrow$ مجال $ق(س) = ح / \{٠\}$.

$ق'(س) = ١ - \frac{٢}{س} = ٠ \Leftarrow \frac{٢}{س} = ١ \Leftarrow س^{٢} = ٢س \Leftarrow س = ٢$

$س = ١$ أو $س = -١$

$ق'(س)$ يعدم عند أصفار المقام / $س = ٠ \notin ح / \{٠\}$.

س الحرجة $= \{-١، ١\}$

---

١٣ $ق(س) = هـ^{جاس} - جاس$

ق متصل على $[٠، ٢\pi]$ حاصل طرح متصلين $(هـ^{جاس}، جاس)$.

$ق'(س) = هـ^{جاس} \times جتاس - جتاس = ٠$

$جتاس (هـ^{جاس} - ١) = ٠$

إما $جتاس = ٠$

$س = \frac{\pi}{٢} \in]٠، ٢\pi[$

أو $هـ^{جاس} - ١ = ٠ \Leftarrow هـ^{جاس} = ١$

$هـ^{جاس} = هـ^{٠} \Leftarrow جاس = ٠$

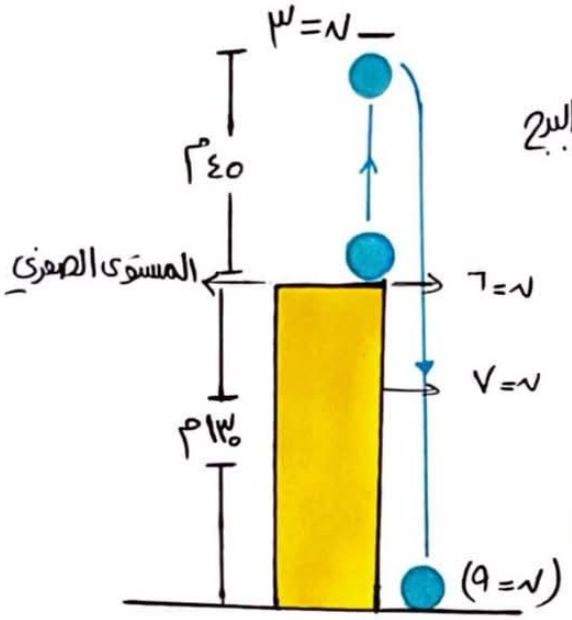
$س = ٠، ٢\pi، ٤\pi \notin]٠، ٢\pi[$.

* $ق(٠) = هـ^{جا(٠)} - جا(٠) = هـ^{٠} - ٠ = ١$ صغرى مطلقة

* $ق(\pi) = هـ^{جا(\pi)} - جا(\pi) = هـ^{٠} - ٠ = ١$

* $ق(\frac{\pi}{٢}) = هـ^{جا(\frac{\pi}{٢})} - جا(\frac{\pi}{٢}) = هـ^{١} - ١ = هـ - ١$

$\Leftarrow$ أصغر قيمة للاقتران $= ١$



ب/ ف(ن) = ٩٠ن - ٥ن٢

١/ أقصى ارتفاع عن البرج = أقصى ارتفاع عن الأرض - ارتفاع البرج

= ١٨٠ - ١٣٥ = ٤٥ م

ع = ف' = ٩٠ - ١٠ن = ٠ ⇐ ن = ٩ ، عند أقصى ارتفاع

⇐ P = ١٠ن — (١)

أقصى ارتفاع = ف(ن) = ٤٥

٩٠ن - ٥ن٢ = ٤٥

١٠ن - ٥ن٢ = ٤٥ ⇐ (ن٢ - ١٠ن = -٤٥) ÷ ٥

⇐ (ن - ٩)(ن - ٥) = ٠ ⇐ ن = ٥ ، ن = ٩

نعوض ن = ٣ في (١) ⇐ P = ١٠ × ٣

P = ٣٠

٢/ عند ارتطام الجسم بسطح الأرض تكون ف(ن) = -١٣٥ (تمثل المستوى الصفري)

⇐ ٩٠ن - ٥ن٢ = -١٣٥

⇐ (ن٢ - ١٨ن - ٢٧ = ٠) ÷ ٥ ⇐ ن٢ - ١٨ن - ٢٧ = ٠

(ن + ٣)(ن - ٩) = ٠

ن = -٣ ✗ ، ن = ٩ ✓

يصل الجسم الأرض بعد ٩ ث ⇐ ع(٩) = ٣٠ - ١٠ × ٩ = ٣٠ - ٩٠ = -٦٠ م/ث

٣/ ف(٧) = ٩٠ × ٧ - ٥ × ٧٢ = ٦٣٠ - ٢٤٥ = ٣٨٥ م

المسافة الكلية المقطوعة = ٢ أقصى ارتفاع - ف(ن)

= ٢ × ٤٥ - ٣٥

= ٩٠ + ٣٥ = ١٢٥ م

أ.مي حوّاري

جـ/ ق(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة ⇐ ق(س) = P س٣ + ب س٢ + جـ س + ء ، P ≠ ٠

بما منحنى ق بـ (٠، ١٥) ⇐ ق(٠) = ١٥ ⇐ ق(ن) = P(ن)٣ + ب(ن)٢ + جـ(ن) + ء

ء = ١٥

نقطة الانعطاف عند س = ١ ⇐ ق'(١) = ٠

ق(س) = ٣P س٢ + ٢ب س + جـ

ق'(س) = ٦P س + ٢ب ⇐ ق'(١) = ٦P + ٢ب

٠ = ٦P + ٢ب — (١)

(ميل المماس)

* معادلة المماس عند س = ١ هي ص/٢ + ٩س = ٨ ⇐ ص/٢ + ٩ = ٠ ⇐ ص = -١٨ = ق(١)

(١، ق(١)) ∈ المماس / ق(١)/٢ + ٩ × ١ = ٨ ⇐ ق(١)/٢ = -١ ⇐ ق(١) = -٢

* ق(١) = P(١)٣ + ب(١)٢ + جـ(١) + ء ⇐ -١٨ = ٣P + ٢ب + جـ — (٢)

* ق(١) = P + ب + جـ + ١٥ ⇐ -٢ = P + ب + جـ + ١٥ ⇐ -١٧ = P + ب + جـ — (٣)

-١٥ -١٥

المعادلات/ $ب = 6أ + 2ب$ — (١)

$-18 = 3أ + 2ب + جـ$ — (٢)

$-17 = أ + ب + جـ$ — (٣)

(٢) - (٣) / تقسم (١) على ٢ ← المعادلة

$-1 = 2أ + ب$ — (٤) ← $ب = 3أ + ب$ — (٥)

← نطرح (٥) - (٤) ← $\boxed{أ = 1}$

نعوض ($أ = 1$) في معادلة (٤) ← $-1 = 2 + ب$ ← $\boxed{ب = -3}$

نعوض $أ$ و $ب$ في (٣) ← $-17 = 1 - 3 + جـ$ ← $\boxed{جـ = -15}$

$ق(س) = س^3 - 3س^2 - 15س + 15$

• السؤال الثالث :

أ/ ١/ $ق(س) = س^3 + ك س^2 - 9س$ و له انطواف عند $س = -1$ ← $ق'(-1) = 0$

$ق'(س) = 3س^2 + 2ك س - 9$

$ق'(س) = 6س + 2ك$ ← $ق'(-1) = -6 + 2ك$

$0 = -6 + 2ك$ ← $\frac{6}{2} = \frac{2ك}{2}$ ← $ك = 3$

$ق'(س) = 3س^2 + 6س - 9$

$ق'(-1) = 3 + 6 - 9 = ظ هـ$

$ظ هـ = -12$

أ.مي حوّاري

٢/ $د ق(س)$ في $[2، 4] = 0$ ← $ق(4) - ق(2) = 0$

$ق(4) = ق(2)$

$هـ(س) = 8 + \frac{ق(س)}{3}$

$\frac{د هـ(س)}{د س}$ في $[2، 4] = \frac{هـ(4) - هـ(2)}{4 - 2} = \frac{(8 + \frac{ق(4)}{3}) - (8 + \frac{ق(2)}{3})}{2}$

توحيد المقامات ← $= \frac{8 + \frac{ق(4)}{3} - 8 - \frac{ق(2)}{3}}{2} = \frac{3(\frac{ق(4)}{1} - \frac{ق(2)}{1})}{2}$

$= \frac{3(\frac{ق(4) - ق(2)}{ق(2) ق(4)})}{2} = \frac{3(\frac{6}{-5})}{2} = -\frac{3}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{-6}{5}$

٣/ $ق(س) = \frac{1}{س^3 + 1}$ و $هـ(س) = ظاس$ ← $ق(س) = قاس$

$(ق \circ هـ)'(س) = ق'(هـ(س)) هـ'(س) = ق'(ظاس) \times قاس = \frac{1}{ظ^2 اس + 1} \times قاس$

$= \frac{قاس}{قاس} = 1$

ب/ $ق(س) = ٢ + جتاس + جتا(٢س)$ ؛ $س \in]0 ، \frac{\pi}{2}[$

ق(س) متصل على $]0 ، \frac{\pi}{2}[$ ؛ حاصل جمع اقترانات متصلة ← جتاس ، جتا(٢س) ← $\frac{\pi}{2}$ ، ٢ على التوالي

$ق'(س) = -جاس - ٢جا(٢س)$

$ق''(س) = -جتاس - ٢(٢جتا(٢س)) = -جتاس - ٤جتا(٢س)$

$ق''(س) = -٣جتاس$ ؛ $س \in]0 ، \frac{\pi}{2}[$

$ق''(س) = ٠ \Leftarrow$ جتا(٢س) $= ٠ \Leftarrow$ ٢س $= \frac{\pi}{2} \Leftarrow$ س $= \frac{\pi}{4} \in]0 ، \frac{\pi}{2}[$

	$\frac{\pi}{4}$	
$ق''(س)$	−	+
إشارة $ق'$	تقعر لأسفل	تقعر لأعلى

ق(س) مقعر لأسفل على $]0 ، \frac{\pi}{4}[$

ومقعر لأعلى على $]\frac{\pi}{4} ، \frac{\pi}{2}[$

ج/ $ق(\frac{\pi}{3}) = ٢ + جتا(\frac{\pi}{3}) + جتا(\frac{٢\pi}{3}) = ٢ + (\frac{١}{٢})_{ج} + ب = ٢ + \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢}$

← $(\frac{\pi}{3} ، \frac{٥}{٢})$ نقطة انطاف ، ق متصل عندها وغيّر من تقعره حولها.

ب/ $[ف_{ن+١} = ٨ن]$ ، $ن = ١٨م/ث$

$ف_{ن+١} = ن ع_{ن}$

$ف = ن ع_{ن} - ن \Leftarrow ع = \frac{ف}{ن ع_{ن}} = ١ - ن ب_{٢}$

$ن = \frac{ع ن ع_{ن}}{ف} = \frac{٢}{١٨} = \frac{١}{٩} \Leftarrow ب_{ج} = ٩$ ← $ب = ٣$ ✓ ، $ب = -٣$ ✗

لأن $[ف_{ن+١} = -٨ن$ ✗ الحد موجب

← $ب = \{٣\}$

أ.مي حوّاري

• السؤال الرابع:

ب/ ١ ق(س) متزايد على ح ← $ق'(س) > ٠$ على ح

ل = ق(هـ^{س}) متصل على ح حاصل تركيب متصلين (ق ، هـ^{س})

$ل' = ق'(هـ^{س}) \times -هـ^{س}$

= (موجب) × (-١) × موجب = سالب

← ل(س) متناقص على ح.

ج/ ١ $ق(س) = -\sqrt{س^{٣} + ٤}$ ← $ق(-١) = -\sqrt{-٣ + ٤} = -\sqrt{١} = -١$

$ق'(س) = \frac{-٣س^{٢}}{٢\sqrt{س^{٣} + ٤}}$ ← $ق'(-١) = \frac{-٣}{٢\sqrt{-٣ + ٤}} = \frac{-٣}{٢\sqrt{١}} = -\frac{٣}{٢}$

$(هـ \circ ص)'(-1) = هـ'(ص(-1)) \times ص'(-1)$

$= هـ'(-1) \times \frac{-3}{2}$

$= 2 \times \frac{-3}{2} = -3$

$هـ(س) = س^3 + 3س$ عند $س = -1$

$هـ'(س) = 3س^2 + 3$

$هـ'(-1) = -3 + 3 = 0$

---

١٣ $هـ$ متناقص على $ح$ $\Leftarrow$ $هـ'(س) \leq 0$ على $ح$

$هـ$ يقطع محور السينات عند $(س = 1)$ $\Leftarrow$ $(1، 0) \in هـ$ $\Leftarrow$ $هـ(1) = 0$

بما أن $هـ(1) = 0$ ، $هـ'(1) \leq 0$ وباستخدام اختبار المشتقة الثانية

$\Leftarrow$ ($هـ(1)$ عظمى محلية).

ب/ $ظاص = جاس$ نشتق لـ س

$-جاص \times ص' = ظاس$ نشتق مرة أخرى

$-جاص \times ص'' + (ص') \times -ظاص \times (ص') = -جاس$

$\Leftarrow [-جاص ص'' - ظاص (ص')^2 = -جاس] \div ظاص$

$\frac{-جاص}{ظاص} ص' - \frac{ظاص}{ظاص}(ص')^2 = \frac{-جاس}{ظاص}$ $\Leftarrow$ $-ظاص \times ص' - (ص')^2 = \frac{-جاس}{جاس}$

$\Leftarrow -ظاص \times ص' - (ص')^2 = -1$ $\Leftarrow$ $\frac{1 - (ص')^2}{ص''} = \frac{ظاص \times ص'}{ص''}$

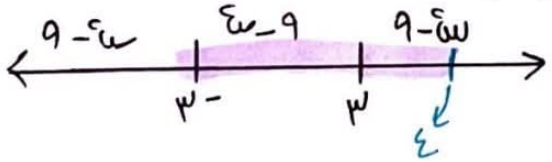
$\Leftarrow \frac{1 - (ص')^2}{ص''} = ظاص$ بالقلب $\Leftarrow \frac{ص''}{1 - (ص')^2} = \frac{1}{ظاص}$

$\Leftarrow \frac{ص''}{1 - (ص')^2} = ظاص$ ✗

أ.مي حوّاري

جـ/ $هـ(س) = \frac{س}{3} \times |س^2 - 9|$ على $[-3، 4]$

$|س^2 - 9| : س^2 - 9 = 0 \Leftarrow س^2 = 9 \Leftarrow س = 3$ ← $س = -3$



$|س^2 - 9| = \begin{cases} 9 - س^2 & -3 \leq س < 3 \\ س^2 - 9 & 3 \leq س \leq 4 \end{cases}$

$هـ(س) = \begin{cases} \frac{س}{3}(9 - س^2) & -3 \leq س < 3 \\ \frac{س}{3}(س^2 - 9) & 3 \leq س \leq 4 \end{cases}$ $\Leftarrow$ $هـ(س) = \begin{cases} 3س - \frac{1}{3}س^3 & -3 \leq س < 3 \\ \frac{1}{3}س^3 - 3س & 3 \leq س \leq 4 \end{cases}$

$هـ(س) = \frac{س}{3} \times |س^2 - 9|$ ← قيمة مطلقة لكثير حدود متصل على $[-3، 4]$ ← $هـ$ متصل على $[-3، 4]$.

ق(س) متصل على $[-\pi, \pi]$ لأنه حاصل ضرب متصلين

$$ق(س) = \begin{cases} -3س^2 + 3 & ، -\pi \le س < 1 \\ س^3 - 3 & ، 1 \le س < \pi \end{cases}$$

ق(١)$^+$ = ١ − ٣ = −٢

ق(١)$^-$ = −٣ + ٣ = ٠

ق(١) غير موجودة #

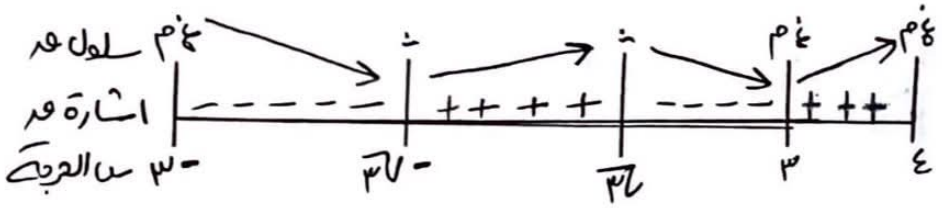
ق(س) = ٠

* عندما $س \in [-\pi, 1[$ / $-3س^2 + 3 = ٠ \Leftarrow س^2 = 1 \Leftarrow س = \pm 1$ ، $-1 \in [-\pi, 1[$

* عندما $س \in [1, \pi[$ / $س^3 - 3 = ٠ \Leftarrow س^3 = 3 \Leftarrow س = \sqrt[3]{3}$ ، $\sqrt[3]{3} \in [1, \pi[$

س الحرجة = $\{-\pi, -1, 1, \sqrt[3]{3}, \pi\}$.

أ. مي حواري



١/ ق(س) متناقص على $[-\pi, -1]$ ، $[1, \sqrt[3]{3}]$

ق(س) متزايد على $[-1, 1]$ ، $[\sqrt[3]{3}, \pi]$

٢/ ق(−١) = $\frac{-1}{3}$ | $(-1)^3 - 1$ | = $\frac{-1}{3}$ | −٣ | = $\frac{3}{3}$ = ١ صغرى مطلقة

ق(١) = $\frac{3}{3}$ | ١ − ٣ | = $\frac{6}{3}$ = ٢ عظمى محلية

ق(−٣) = $\frac{3}{3}$ | −٩ − ١ | = ٣ ∴ صغرى محلية.

ق(٣) = $\frac{3}{3}$ | ٩ − ١ | = ٣ ∴ عظمى محلية ، ق(٣) = $\frac{3}{3}$ = ١

ق(٤) = $\frac{4}{3}$ | ١٦ − ١ | = $\frac{4}{3} \times 15$ = ٢٠ عظمى مطلقة

• السؤال الخامس :

ق/ ١/ ق(س) = $(1 + ق_س)(1 + ق_{3س})(1 + ق_{4س})(1 - ق_س)$ إعادة ترتيب

ق(س) = $(1 + ق_س)(1 - ق_س)(1 + ق_{3س})(1 + ق_{4س})$

فرق مربعين

ق(س) = $(1 - ق_{3س})(1 + ق_{3س})(1 + ق_{4س})$

فرق مربعين

ق(س) = $(1 - ق_{4س})(1 + ق_{4س}) = 1 - ق_{8س}$

ق(س) = $-8ق_{8س}$ ⇐ ق(٠) = $-8ق_٠ = -8 \times 1 = -8$

١٢ $ق(١) = ٧$ ، $ق'(١) = ٤$

$$\text{نهـا}_{س \to ل} \frac{ق(جا(\frac{\pi}{٣})) - ٧}{س - ل} = \frac{ق(جا(\frac{\pi}{٦})) - ٧}{ل - ل} = \frac{ق(\frac{١}{٢}) - ٧}{٠} = \frac{-٧}{٠} = \text{غ}$$

باستخدام لهوبتال /

$$\text{نهـا}_{س \to ل} \frac{ق(جا(\frac{\pi}{٣})) \times جتا(\frac{\pi}{٣}) \times -\frac{\pi}{٣}}{١} = \frac{ق'(جا(\frac{\pi}{٦})) \times جتا(\frac{\pi}{٦}) \times -\frac{\pi}{٣}}{١}$$

$$= ق'(\frac{١}{٢}) \times \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٨} \times -\frac{\pi}{٣}$$

$$= \frac{٤ \times ٨ \times ٣}{٦} \times -\frac{\pi}{٣} = \frac{-١١ \times ٨ \times ٣}{٩} = -\frac{٣٣}{٣}\pi$$

---

١٣ $ه(س) = س^٣ - ٣س^٢ + ب س$ ، و نقطة انطفاف أفقي ($ق'(ج) = ٠$)

$ق(س) = ٣س^٢ - ٦س + ب$

$ق'(س) = ٦س - ٦ = ٠ \Leftarrow ٦س = ٦ \Leftarrow س = ١$

المماس السيني للانطفاف

تقعر	١	
اشارة ق	− − −	+ + +

$ق(١) = ٠$

$٣ - ٦ + ب = ٠ \Leftarrow ب = ٣$

ب/ $ه(س)$ كثير حدود و متصل وقابل للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

$ه$ يقطع منحناه محور السينات عند $س = ٠$ و $س = ٤$

$ه(س) = د(س - ٠)(س - ٤)$

$ه(س) = د(س^٢ - ٤س)$

$ق(س) = د(٢س - ٤)$

$ق(س)$ $\quad د \neq ٠$ $\Leftarrow$ د سالبة .

نصد مجال $هـ(س) = \sqrt{ه(س)} = \sqrt{د(س^٢ - ٤س)}$

$د(س^٢ - ٤س) \geq ٠$

$د س(س - ٤) = ٠$

$س = ٠$ أو $س - ٤ = ٠$

$س = ٤$

اشارة ه	+ + +	− − −	+ + +
	٠		٤

$هـ(س)$ متصل على $[٠ ، ٤]$ $\Leftarrow$ $هـ(٠) ، هـ(٤)$ عم

$هـ(س) = \frac{ق(س)}{\sqrt{د(س^٢ - ٤س)}} = ٠ \Leftarrow ق(س) = ٠ \Leftarrow د(٢س - ٤) = ٠$

$٢س = ٤ \Leftarrow س = ٢ \in]٠ ، ٤[$

$هـ(س)$ غير عم عند أصفار المقام و $س = ٠ ، ٤ \notin]٠ ، ٤[$

سالب هـ	عم	عم	
اشارة ق	+ + +		− − −
س الوحيد	٠	٢	٤

$هـ(٢) = \sqrt{ه(٢)} = \sqrt{د(٤ - ٨)}$

$= \sqrt{-٤د}$ بما أن د سالبة فإن $-٤د$ أكبر قيمة للاقتران

أ.مي حوّاري

ج/ ١/ النقط الحرجة /

قَ(س) = ٠ ⇐ نقاط تقاطع منحنى قَ مع محور السينات

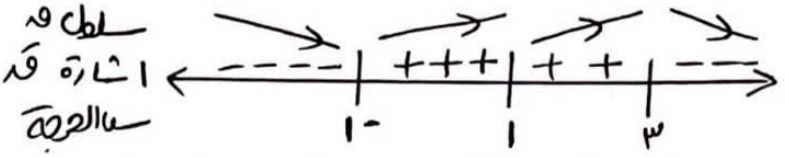
س = {-١، ١، ٣}

٢/ قَ(س) يقع فوق محور السينات عندما س ∈]-١، ٣[⇐ قَ > ٠ على]-١، ٣[

قَ يقع تحت محور السينات عندما س ∈]-∞، -١[،]٣، +∞[

⇐ قَ < ٠ على]-∞، -١[،]٣، +∞[.

أ.مي حوّاري



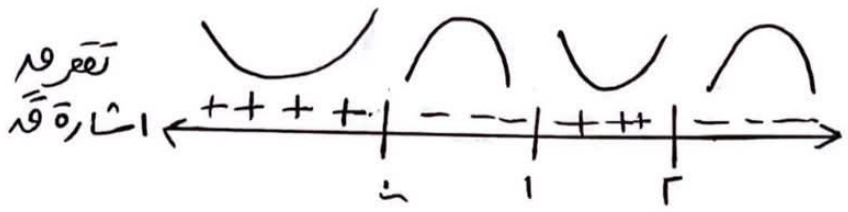
* قَ(س) متزايدة على]-١، ٣[، ومتناقصة على]-∞، -١[،]٣، +∞[

* قَ(-١) صغرى محلية ، قَ(٣) عظمى محلية .

٣/ قَ(س) = ٠ عند س = {٠، ١، ٢} يمكن رسم مماس أفقي عندها لـ قَ .

قَ متزايدة على]-∞، ٠[،]١، ٢[⇐ قَ' > ٠ على نفس المجال

قَ متناقصة على]٠، ١[،]٢، +∞[⇐ قَ' < ٠ على نفس المجال



قَ مقعرة لأعلى على]-∞، ٠[،]١، ٢[، قَ مقعرة لأسفل على]٠، ١[،]٢، +∞[

* (٠، قَ(٠)) ، (١، قَ(١)) ، (٢، قَ(٢)) نقط انعطاف ، قَ متصلة عندها وغيّرت من تقعر حولها .

• السؤال السادس :

أ/ ١/ قَ(١) لها قيم طرفية .

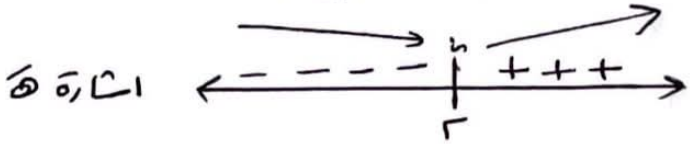
٢/ قَ متناقصة على ح ⇐ قَ(س) ≤ ٠ على ح

هـ(س) = قَ(٤س - س٤) متصلة على ح ، حاصل تركيب متصلتين (قَ ، ل ح) .

هـ'(س) = قَ'(٤س - س٤) (٤ - ٣س٢) = ٠

قَ'(٤س - س٤) ≠ ٠ ⇐ ٤ - ٣س٢ = ٠ ⇐ س = ٢

هـ(س) متناقصة على]-∞، ٢]



٣/ $ق(س) = ٣س^٤ + ٢س^٣ + ب س^٢ - س + ٢$

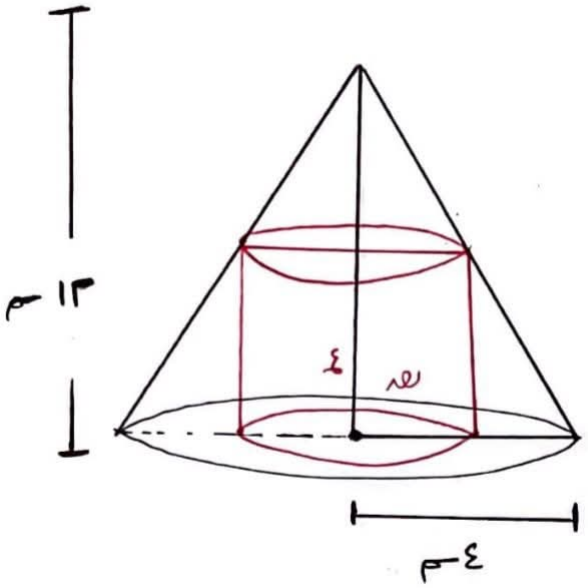
$ق'(س) = ١٢س^٣ + ٦س^٢ + ٢ب س - ١$

$ق''(س) = ٣٦س^٢ + ١٢س + ٢ب$ مقعر لأعلى على $ح$ ⇐ المميز < ٠

$(١٢)^٢ - ٤(٣٦)(٢ب) < ٠$

$١٤٤ < ٢٨٨ ب$ ⇐ $ب > \frac{١}{٢}$

ب/



حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع

$ح = \pi نق^٢ ع$ ← اقتران الصرف

$ح = \pi نق^٢ (١٢ - ٣نق)$

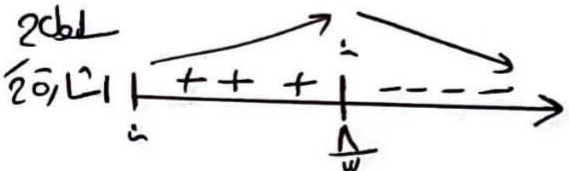
$ح = \pi (١٢نق^٢ - ٣نق^٣)$

$ح' = \pi (٢٤نق - ٩نق^٢) = ٠$

$نق (٢٤ - ٩نق) = ٠$

$نق = ٠$ ← مرفوض

$نق = \frac{٢٤}{٩} = \frac{٨}{٣}$

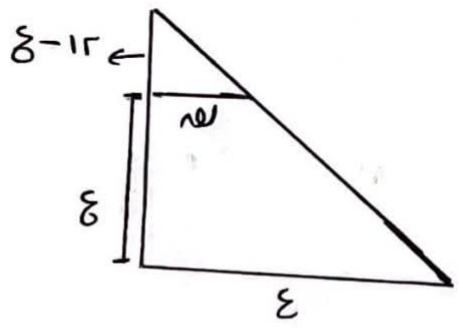


عندما $نق = \frac{٨}{٣}$ تعظم مطلقة "وصية"

عندها أكبر حجم ممكن.

$ح = \pi (\frac{٨}{٣})^٢ (١٢ - ٣ \times \frac{٨}{٣})$

$= \pi \times \frac{٦٤}{٩} \times ٤ = \frac{٢٥٦ \pi}{٩}$ سم^٣



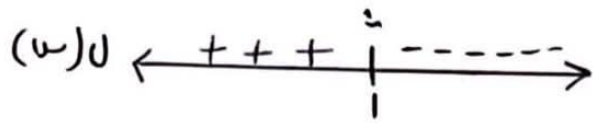
باستخدام التشابه:

$\frac{نق}{ع} = \frac{١٢ - ع}{٤}$ ⇐ $٣نق = ١٢ - ع$

$ع = ١٢ - ٣نق$ علاقة مساعدة ⇐

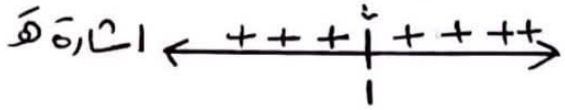
أ. خواري

جـ/ * ل(س) يقع فوق محور السينات عندما س < 1 و يقع تحت السينات عندما س > 1

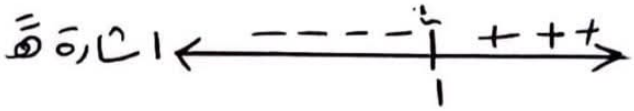


* ل(س) متناقص على]-∞، 1] ⇐ ل'(س) < 0 على]-∞، 1[.

* هـ(س) يقع فوق محور السينات على]-∞، 2[∪]2، ∞[



* هـ'(س) متناقص على]-∞، 2] ومتزايد على [2، ∞[



ق(س) = هـ(س) × ل(س) متصل حاصل ضرب متصلين على ℝ.

ق'(س) = هـ'ل + ل'هـ

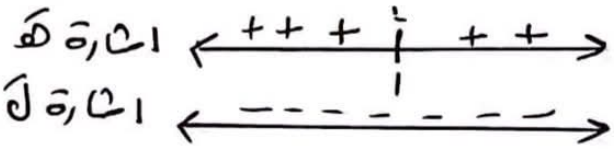
ق'(2) = سالب + سالب على]-∞، 2[

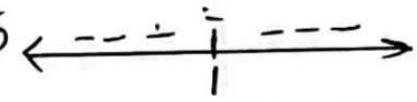
= سالب

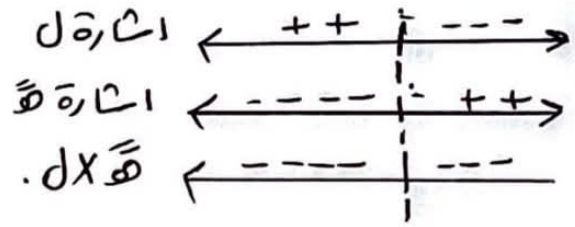
لاحظ ق'(1) = 0

⇐ ق'(س) < 0 على]-∞، 1[∪]1، 2[

⇐ ق متناقص على]-∞، 2[∪]2، ∞[.







أ.مي حوّاري

الله يستخدمك بثغرك..

دون انتظار حركة من النّاس وفضل من هذا وذاك، أتقن رغم كلّ شيء، واستشعر دائمًا أنّك أُمّةٌ في مكانك، مهما صَغُر مكانك، مهما اختفى، مهما كان عاديًا

المكتبة الفلسطينية الشاملة للمعلم والطالب
تحضير دروس - اختبارات - أوراق عمل

لتحميل المزيد من موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة

http://www.sh-pal.com

تابعنا على صفحة الفيس بوك: www.facebook.com/shamela.pal

تابعنا على قنوات التلجرام: www.sh-pal.com/p/blog-page_42.html

أقسام موقع المكتبة الفلسطينية الشاملة:

الصف الأول: www.sh-pal.com/p/blog-page_24.html

الصف الثاني: www.sh-pal.com/p/blog-page_46.html

الصف الثالث: www.sh-pal.com/p/blog-page_98.html

الصف الرابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_72.html

الصف الخامس: www.sh-pal.com/p/blog-page_80.html

الصف السادس: www.sh-pal.com/p/blog-page_13.html

الصف السابع: www.sh-pal.com/p/blog-page_66.html

الصف الثامن: www.sh-pal.com/p/blog-page_35.html

الصف التاسع: www.sh-pal.com/p/blog-page_78.html

الصف العاشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_11.html

الصف الحادي عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_37.html

الصف الثاني عشر: www.sh-pal.com/p/blog-page_33.html

ملازم للمتقدمين للوظائف: www.sh-pal.com/p/blog-page_89.html

شارك معنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_40.html

اتصل بنا: www.sh-pal.com/p/blog-page_9.html